

Finanční matematika

Dluhové instrumenty



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Osnova

1. Krátkodobé dluhové instrumenty
2. Dlouhodobé dluhové instrumenty
3. Metody ohodnocování dluhopisů
4. Durace
5. Výnosové křivky

Krátkodobé dluhopisy

- obchodovány na peněžních trzích
- sekuritizovaná podoba
- přístupné široké investiční veřejnosti
- standardizace
- vysoká flexibilita

Krátkodobé dluhopisy

- druhy
 - státní pokladniční poukázky
 - depozitní certifikáty
 - úročené
 - diskontované
 - komerční papíry

SPP

- krytí schodku státního rozpočtu
- bezrizikové cenné papíry
- doba splatnosti do 12 měsíců
- diskontovaná báze
- holandská aukce

SPP

- výnos

$$Y_D = \frac{D}{F} * \frac{360}{t}$$

- Y_D roční výnos na diskontované bázi,
- D diskont
- F jmenovitá hodnota
- t počet dnů

SPP

- ekvivalentní výnos

$$Y_e = \frac{360 * Y_D}{360 - t * Y_D}$$

- Y_e ekvivalentní výnos
- Y_D výnos na diskontované bázi
- t počet dnů do splatnosti

Emise pokladničních poukázek

Emitent	Datum emise	Datum splatnosti	Celkový objem emise	Primární výnos [%]
České MF	8.7.2005	7.10.2005	15 000	1,68
České MF	15.7.2005	14.7.2006	5 000	1,77
Česká konsolidační	2.8.2005	1.11.2005	2 600	1,72
České MF	5.8.2005	5.5.2006	5 000	1,83
České MF	12.8.2005	10.2.2006	5 000	1,72
České MF	19.8.2005	18.11.2005	15 000	1,69
České MF	2.9.2005	1.9.2006	5 000	1,83
České MF	9.9.2005	9.12.2005	14 493	1,69
České MF	23.9.2005	23.6.2006	4 850	1,79
České MF	30.9.2005	31.3.2006	4 691	1,75
České MF	7.10.2005	6.1.2006	13 571	1,74
České MF	14.10.2005	13.10.2006	4 175	2,14
Česká národní banka	21.10.2005	21.4.2006	700 000	0
České MF	27.10.2005	28.7.2006	3 440	2,15
České MF	2.12.2005	1.12.2006	4 309	2.49
České MF	16.12.2005	15.9.2006	3 912	2.39
České MF	20.1.2006	19.1.2007	5 839	2.27
			1 673 820	

Zdroj: Autor

20510520	České MF	04.07.2007	05.10.2007	4 143	2,94
42501215	Česká národní banka	27.07.2007	25.01.2008	700 000	0,00
20205521	České MF	03.08.2007	02.05.2008	4 065	3,48
20802522	České MF	10.08.2007	08.02.2008	4 483	3,39
22908523	České MF	31.08.2007	29.08.2008	4 160	3,70
22803524	České MF	27.09.2007	28.03.2008	5 000	3,52
20401525	České MF	05.10.2007	04.01.2008	6 992	3,45
21801526	České MF	19.10.2007	18.01.2008	7 000	3,49
20102527	České MF	02.11.2007	01.02.2008	27 000	3,49
21502528	České MF	16.11.2007	15.02.2008	25 290	3,63
22202529	České MF	23.11.2007	22.02.2008	5 702	3,62
22811530	České MF	30.11.2007	28.11.2008	2 296	4,03
20703531	České MF	07.12.2007	07.03.2008	6 144	3,79
21403532	České MF	14.12.2007	14.03.2008	4 965	3,79

Zdroj: Autor

Emise pokladničních poukázek 2015

42407232	Česká národní banka	23.01.2015	24.07.2015	1 000 000	0,00
21902705	České MF	20.02.2015	19.02.2016	8 000	0,05
21103706	České MF	13.03.2015	11.03.2016	4 000	0,04
22204707	České MF	24.04.2015	22.04.2016	38 000	0,01
21202708	České MF	15.05.2015	12.02.2016	6 000	0,02
22705709	České MF	29.05.2015	27.05.2016	6 000	0,03
21006710	České MF	12.06.2015	10.06.2016	8 000	0,05
22503711	České MF	26.06.2015	25.03.2016	4 000	0,05
20210712	České MF	03.07.2015	02.10.2015	2 510	0,01
43112233	Česká národní banka	03.07.2015	31.12.2015	1 000 000	0,00
21504713	České MF	17.07.2015	15.04.2016	8 000	0,05
20508714	České MF	07.08.2015	05.08.2016	5 707	0,01
21908715	České MF	21.08.2015	19.08.2016	6 705	0,00
20209716	České MF	04.09.2015	02.09.2016	8 520	-0,10
21112717	České MF	11.09.2015	11.12.2015	3 100	-0,55
21812718	České MF	18.09.2015	18.12.2015	2 960	-0,41
21812719	České MF	25.09.2015	18.12.2015	1 400	-0,25
23009720	České MF	02.10.2015	30.09.2016	11 500	-0,15
21812721	České MF	16.10.2015	18.12.2015	1 330	-0,12
21812722	České MF	23.10.2015	18.12.2015	1 500	-0,18
21812723	České MF	30.10.2015	18.12.2015	2 030	-0,15
Suma				2 129 262	

Kód emise	Emitent	Datum emise	Datum splatnosti	Celkový objem emise	Primární výnos [%]
20403724	České MF	08.01.2016	04.03.2016	600	-0,10
21507725	České MF	15.01.2016	15.07.2016	1 750	-0,20
21803726	České MF	22.01.2016	18.03.2016	300	-0,05
22701727	České MF	29.01.2016	27.01.2017	3 000	-0,10
20411728	České MF	05.02.2016	04.11.2016	2 000	-0,10
21208729	České MF	12.02.2016	12.08.2016	1 500	-0,20
21811730	České MF	19.02.2016	18.11.2016	34 000	-0,11
22608731	České MF	26.02.2016	26.08.2016	1 500	-0,15
20104732	České MF	04.03.2016	01.04.2016	2 500	-0,10
20104733	České MF	11.03.2016	01.04.2016	505	-0,05
20807734	České MF	08.04.2016	08.07.2016	1 510	-0,05
Suma				49 165	

Zdroj: Autor

	Emise	Splatnost	Požadavek	Prodáno	Výnos	Cena
SPP 19T 24/11	24.11.2017	06.04.2018	44 255	20 965	-0,300	100,11096
SPP 39D 20/11	20.11.2017	29.12.2017	19 100	9 100	-0,050	100,00542
SPP 5T 03/11	03.11.2017	08.12.2017	8 811	4 756	-0,200	100,01945
SPP 8T 27/10	27.10.2017	22.12.2017	9 715	6 305	-0,100	100,01556
SPP 8T 06/10	06.10.2017	01.12.2017	37 866	23 106	-0,200	100,03112
SPP 32D 02/10	02.10.2017	03.11.2017	13 306	11 131	-0,200	100,01778
SPP 4T 25/08	25.08.2017	22.09.2017	37 324	34 824	-0,250	100,01945
SPP 5T 11/08	11.08.2017	15.09.2017	47 800	43 350	-0,250	100,02431
SPP 8T 28/07	28.07.2017	22.09.2017	31 446	31 366	-0,370	100,05759
SPP 8T 14/07	14.07.2017	08.09.2017	27 145	26 055	-0,400	100,06226

Zdroj: Autor

2018

Název emise	Datum emise	Datum splatnosti	Požadová no (mil. Kč)	Prodáno (mil. Kč)	Průměrný výnos	Průměrná cena
SPP 26T 09/03	09.03.2018	07.09.2018	19 338	17 288	0,540	99,72774
SPP 26T 02/03	02.03.2018	31.08.2018	19 640	16 260	0,520	99,73780
SPP 13T 23/02	23.02.2018	25.05.2018	15 833	9 488	0,400	99,89899
SPP 13T 16/02	16.02.2018	18.05.2018	33 743	30 843	0,400	99,89899
SPP 13T 09/02	09.02.2018	11.05.2018	11 955	7 650	0,400	99,89899
SPP 13T 02/02	02.02.2018	04.05.2018	11 685	1 610	0,300	99,92422
SPP 13T 26/01	26.01.2018	27.04.2018	13 375	10 850	0,200	99,94947
SPP 13T 19/01	19.01.2018	20.04.2018	22 642	4 928	0,050	99,98736
SPP 13T 12/01	12.01.2018	13.04.2018	42 808	22 358	0,050	99,98736
SPP 13T 05/01	05.01.2018	06.04.2018	16 650	12 650	0,175	99,95578
SPP 19T 08/12	08.12.2017	20.04.2018	57 790	23 049	-0,800	100,29643
SPP 19T 24/11	24.11.2017	06.04.2018	44 255	20 965	-0,300	100,11096

23011796	České MF	01.06.2018	30.11.2018	14 990	0,59
20712797	České MF	08.06.2018	07.12.2018	844	0,55
21412798	České MF	15.06.2018	14.12.2018	19	0,55
20911799	České MF	10.08.2018	09.11.2018	3 449	1,00
42308239	Česká národní banka	24.08.2018	23.08.2019	4 000 000	0,00
21412800	České MF	14.09.2018	14.12.2018	494	1,00
22112801	České MF	21.09.2018	21.12.2018	1 340	0,94
20712802	České MF	12.10.2018	07.12.2018	45	0,50

Zdroj: Autor

Název emise	Datum aukce	Datum emise	Datum splatnosti	Objem emise (mil. Kč)	Požadováno (mil. Kč)	Prodáno (mil. Kč)	Průměrný výnos	Průměrná cena
SPP 4T 04/10	03.10.2019	04.10.2019	01.11.2019	2 500	2 540	40	1,000	99,92228
SPP 39T 01/02	31.01.2019	01.02.2019	01.11.2019	2 500	2 400	0 ---	---	---
SPP 26T 18/01	17.01.2019	18.01.2019	19.07.2019	2 500	11 320	1 120	1,565	99,21502
SPP 39T 04/01	03.01.2019	04.01.2019	04.10.2019	2 500	4 700	1 150	1,545	98,84194
SPP 2T 28/12	27.12.2018	28.12.2018	11.01.2019	1 000	9 340	1 500	-1,500	100,05837
SPP 3T 21/12	20.12.2018	21.12.2018	11.01.2019	1 500	15 080	2 650	-0,500	100,02918

Zdroj: Autor

Záporný výnos SPP

- **Očekávání rozšíření záporných výnosů** – výnosy klesnou ještě více a investoři na této investici vydělají.
- **Možnost kladného reálného zisku** – V ekonomikách ve kterých se očekává deflace, investoři mohou dosáhnout investicí do [dluhopisů](#) se záporným výnosem kladného reálného výnosu.
- **Přemístění vkladů se zápornou úrokovou sazbou do [investic](#) s méně zápornou sazbou** – Od té doby co některé centrální banky zavedly záporné výnosy vyšší než jsou záporné výnosy ze [státních dluhopisů](#), investoři raději vyberou prostředky z centrální banky a vloží je do [státních dluhopisů](#), které jsou pro ně výhodnější
- **Alokační strategie** – Od některých institucionálních investorů je požadováno, aby ve svém portfoliu drželi [dluhopisy](#) – zejména investoři, kteří se specializují na [investice](#), které zabezpečují fixní příjem např. [dluhopisové podílové fondy](#) – tito investoři musí pokračovat v [investování](#) do [dluhopisů](#) se záporným výnosem za účelem dodržení této alokační strategie
- **Poplatek za méně rizikovou investici** – zahraniční investoři z rozvojových zemí zápasí s propady ekonomik doprovázenými znehodnocením měny. Tito investoři si proto vybírají k nákupu bezpečnější [dluhopisy](#) se záporným výnosem ekonomických velikánů jako je Německo.

Dlouhodobé dluhopisy

- dlužnický závazek emitenta vůči každému vlastníkovi
- splatnost zpravidla pevně stanovena
- z hlediska emitenta
 - dluhopisy veřejného sektoru
 - bankovní dluhopisy
 - dluhopisy korporací

Dlouhodobé dluhopisy

- náležitosti
 - jméno emitenta
 - měna, ve které se emise uskutečňuje
 - hodnota emise
 - rozdělení emise
 - forma důchodu
 - doba životnosti
 - termín a forma upsání
 - emisní kurs
 - splacení

Speciální druhy dluhopisů

- hypoteční zástavní list
- státní dluhopis
- komunální dluhopis
- vyměnitelný dluhopis
- prioritní dluhopis
- podřízený dluhopis
- svlečené,
- perpetuity-konzoly,
- naturální
- svolatelné

Dlouhodobé dluhopisy rating

Moody's S+P

Investiční stupeň:

1. Vysoký stupeň

Aaa AAA Nejvyšší kvalita

Aa AA Vysoká kvalita

2. Průměrný stupeň

A A Vyšší střední kvalita

Baa BBB Přiměřená schopnost plnit závazky

Spekulativní stupeň:

3. Spekulativní

Ba BB Dluhopisy obsahují spekulativní prvky.

B B Plnění závazků v dlouhém období je nejisté.

4. Promeškané

Caa CCC Nízká kvalita, nebezpečí pro splacení.

Ca CC Vysoce spekulativní dluhopisy.

C C Velmi malá pravděpodobnost úplného splacení.

D Velmi nebezpečné dluhopisy.

Dluhopisy-rating

- fakultativní
- nákladné umístit dluhopisy na kapitálovém trhu
- ratingová agentura - podrobné informace
- pravidelně přehodnocován
- Ukazatel - úrokové krytí
 - roční zisk k ročním úrokovým platbám a splatitelným závazkům
 - 2-3 - nízký rating, 5-10 vysoký rating
- zisková marže, rentabilita vlastního jmění, rentabilita aktiv
- odvětvové vlivy, kvalita managementu, tržní pozice firmy

Ohodnocování dluhopisů

- základní metody
 - současná hodnota
 - výnosnost do doby splatnosti
 - běžná výnosnost
 - durace

Možnosti stanovení výnosu

- pevná úroková sazba
- rozdíl mezi jmenovitou hodnotou a emisním kurzem
- slosovateľná prémie
- prémie v závislosti na lhůtě splatnosti
- pohyblivá úroková sazba

Ohodnocování dluhopisů

- současná hodnota

$$PV = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

- C_j kupónová platba
- M jmenovitá hodnota
- n doba do splatnosti
- PV současná hodnota
- i požadovaná výnosnost

Ohodnocování dluhopisů

- pevně úročený dluhopis

$$PV = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$PV = M * \left[\frac{k}{i} - \frac{k-i}{i * (1+i)^n} \right]$$

- současnou hodnotu ovlivňují
 - C kupónová platba
 - M jmenovitá hodnota
 - n doba do splatnosti
 - i požadovaná výnosnost

Příklad

- Ohodnoťte dluhopis s jmenovitou hodnotou 1000Kč, kupónem 15% p.a. a splatností 5let. Požadovaná výnosnost je 10% p.a.

a) Kupóny jsou vypláceny ročně

Vstupy:

$JH=1000$

$k=0,15$

$i=0,1$

$n=5$

$$P = 1000 \left[\frac{0,15}{0,1} + \frac{0,1 - 0,15}{0,1 \times (1 + 0,1)^5} \right] = 1189,54$$

Příklad (pokr.)

- b) kupóny jsou vypláceny pololetně

Vstupy:

JH=1000

k=0,075

i=0,05

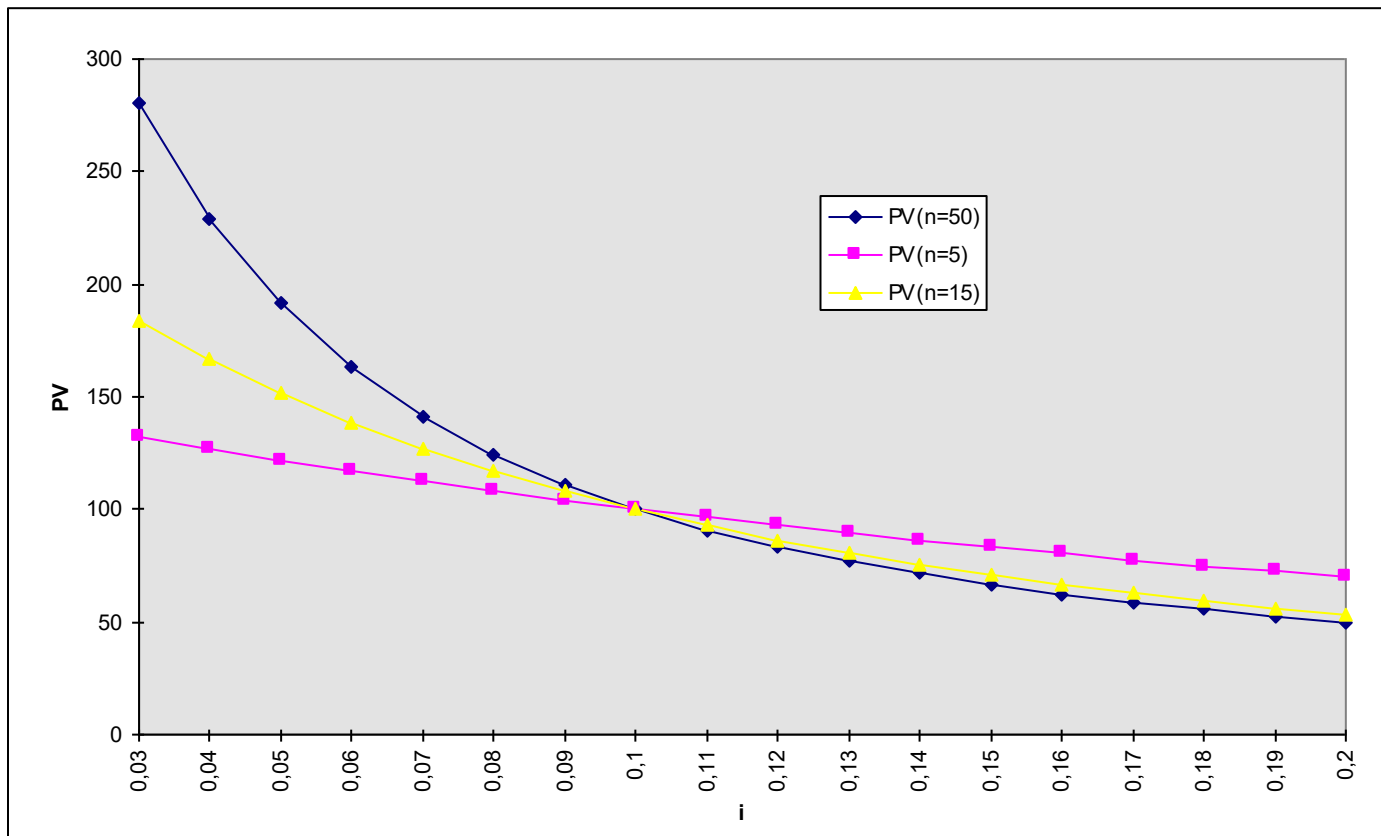
n=10

$$P = 1000 \left[\frac{0,075}{0,05} + \frac{0,05 - 0,075}{0,05 \times (1 + 0,05)^{10}} \right] = 1193$$

Vztah PV a i

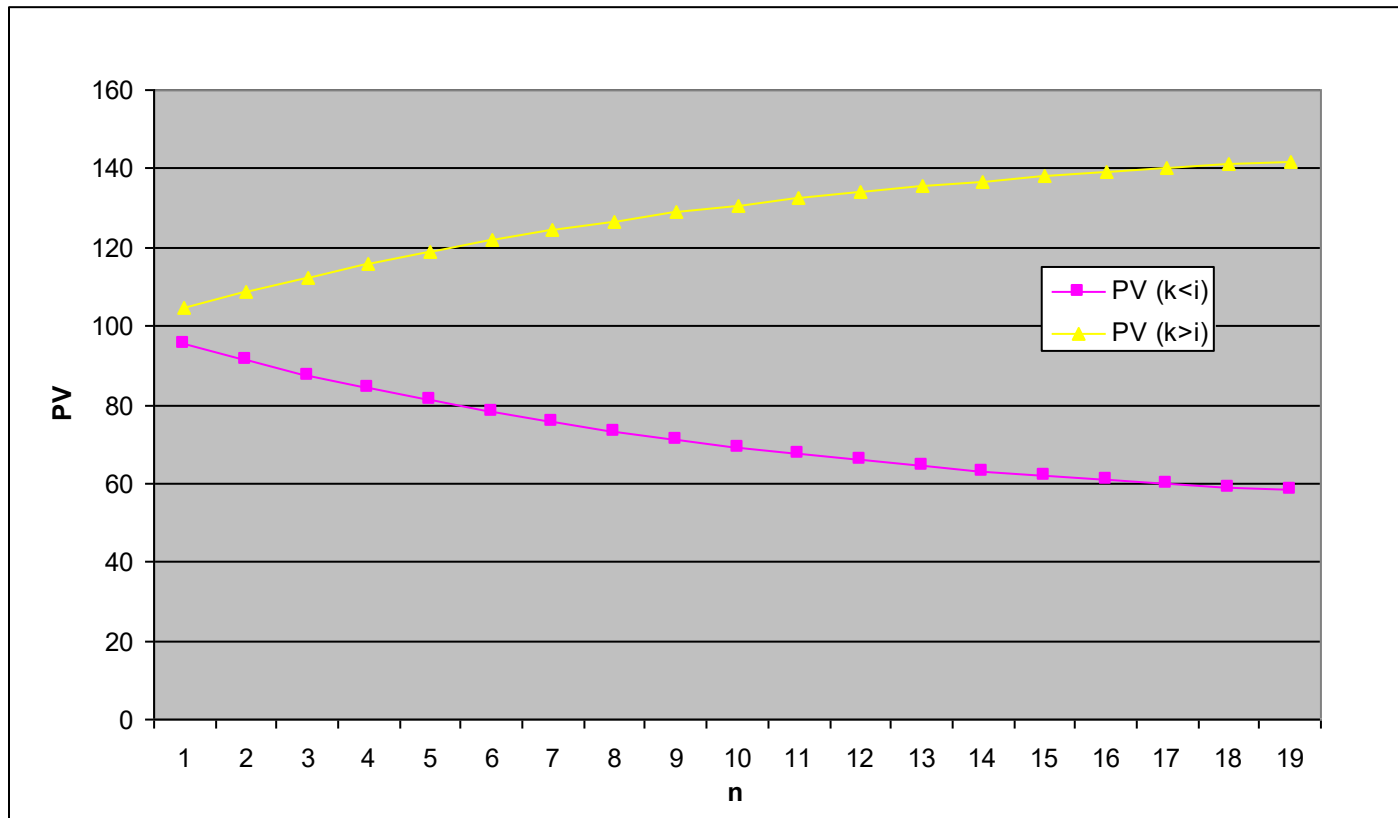
- $PV = M \iff i = k$
- $PV > M \iff i < k$
- $PV \uparrow \iff i \downarrow$

Vztah PV a i

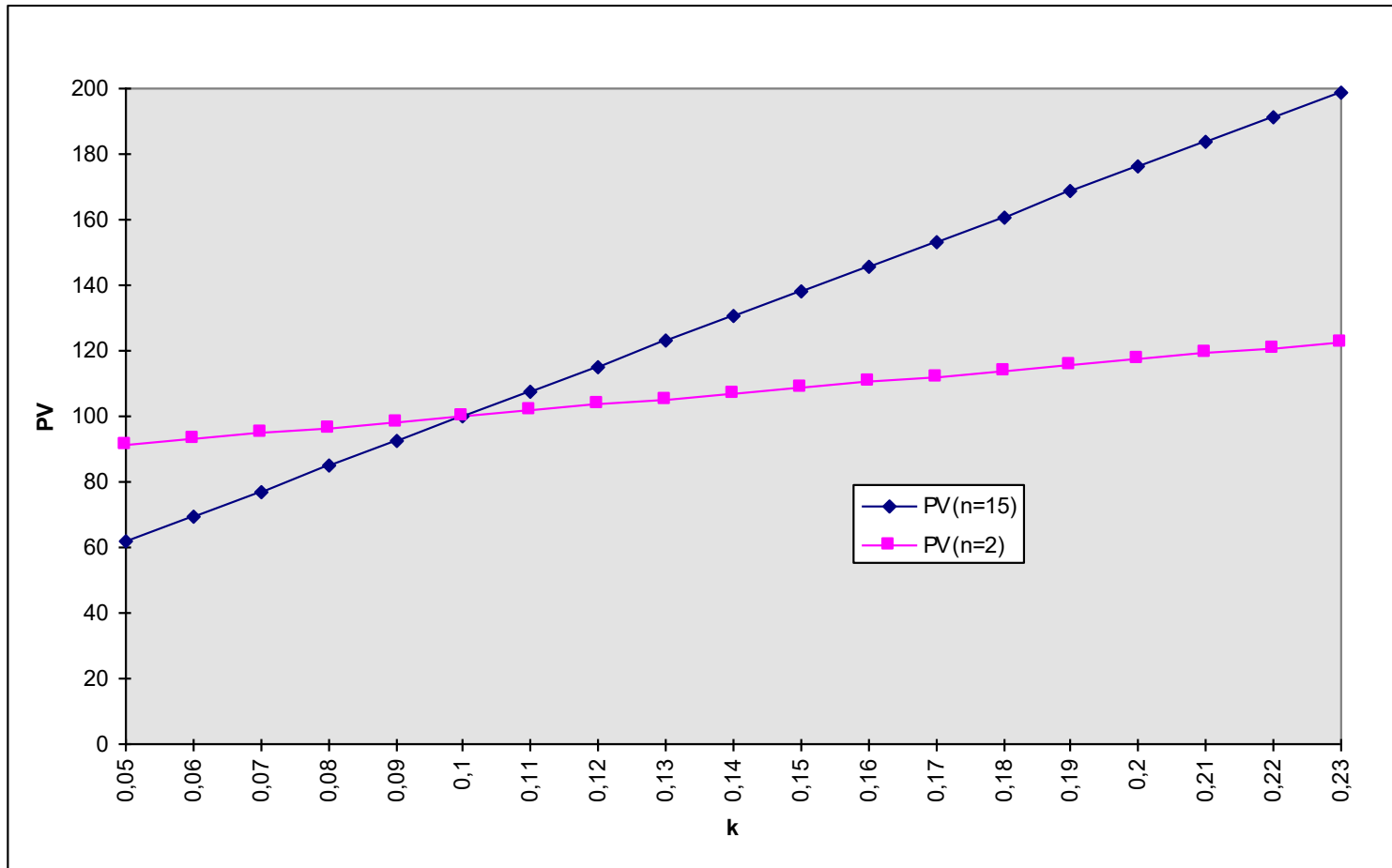


Zdroj: Autor

Vztah PV a n



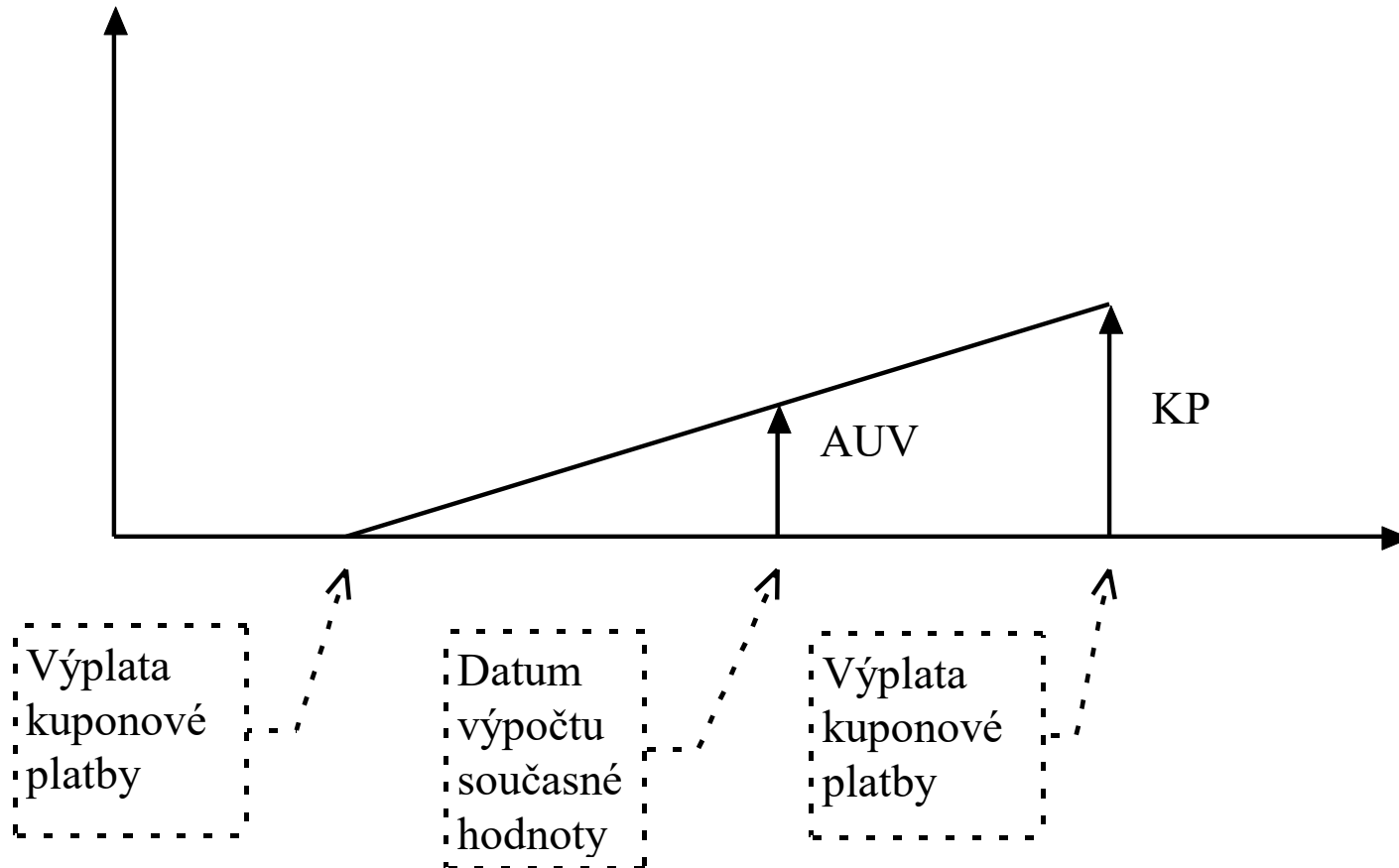
Vztah PV a k



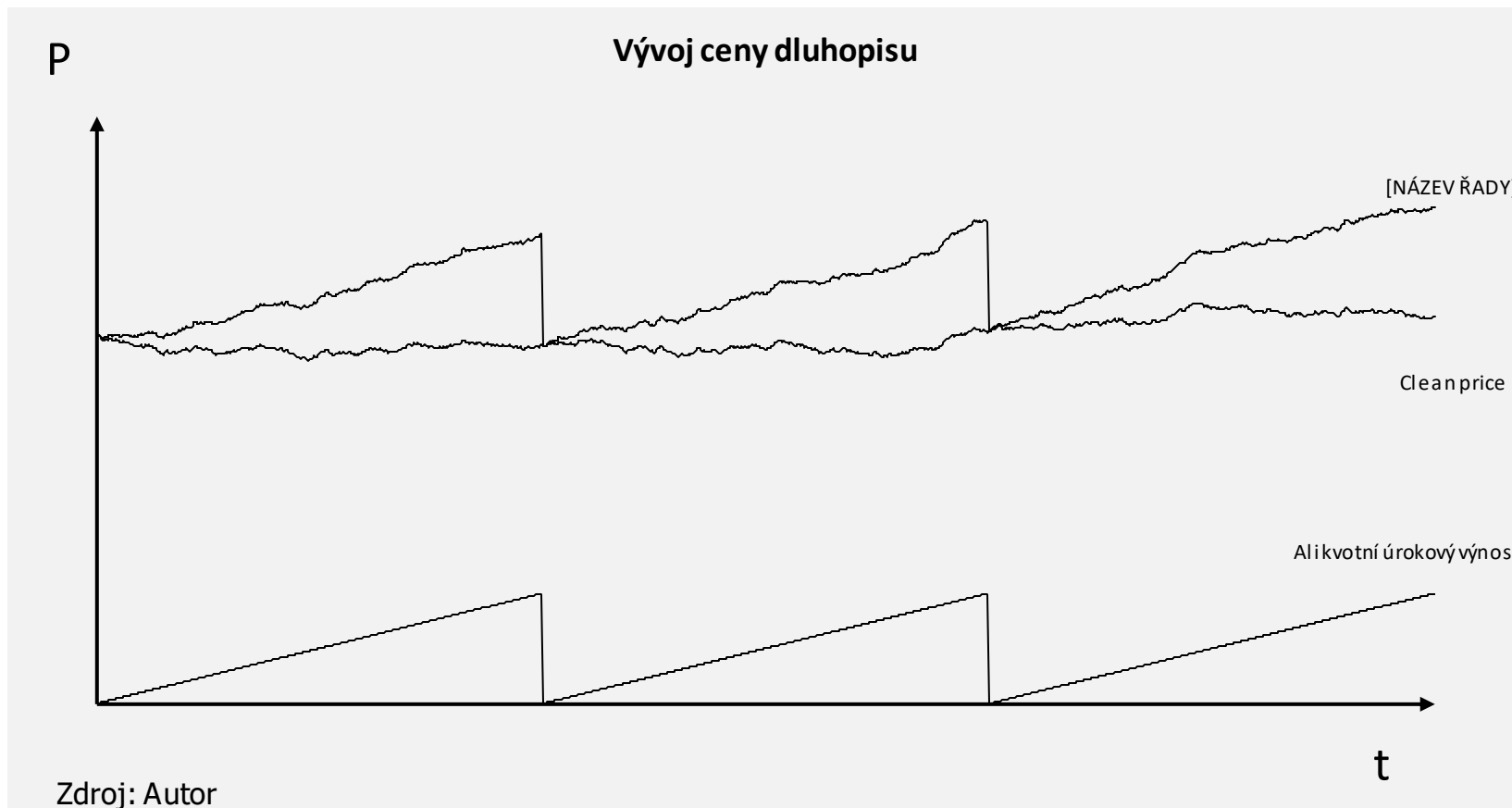
Alikvotní úrokový výnos

- Cena dluhopisu=kótovaná cena+AUV
- AUV je poměrná část kupónové platby určená dobou od poslední kupónové výplaty:
- $AUV = \frac{d}{D} C$
- d počet dnů od poslední výplaty kupónu
- D počet dnů mezi kupónovými platbami
- C kupónová platba

AUV



- dluhopis kotuje za tzv. **čistou cenu**, bez vlivu následující kuponové platby.
- tzv. **hrubá cena** dluhopisu je cena, která v sobě zahrnuje i do té doby naběhlý kuponový výnos.



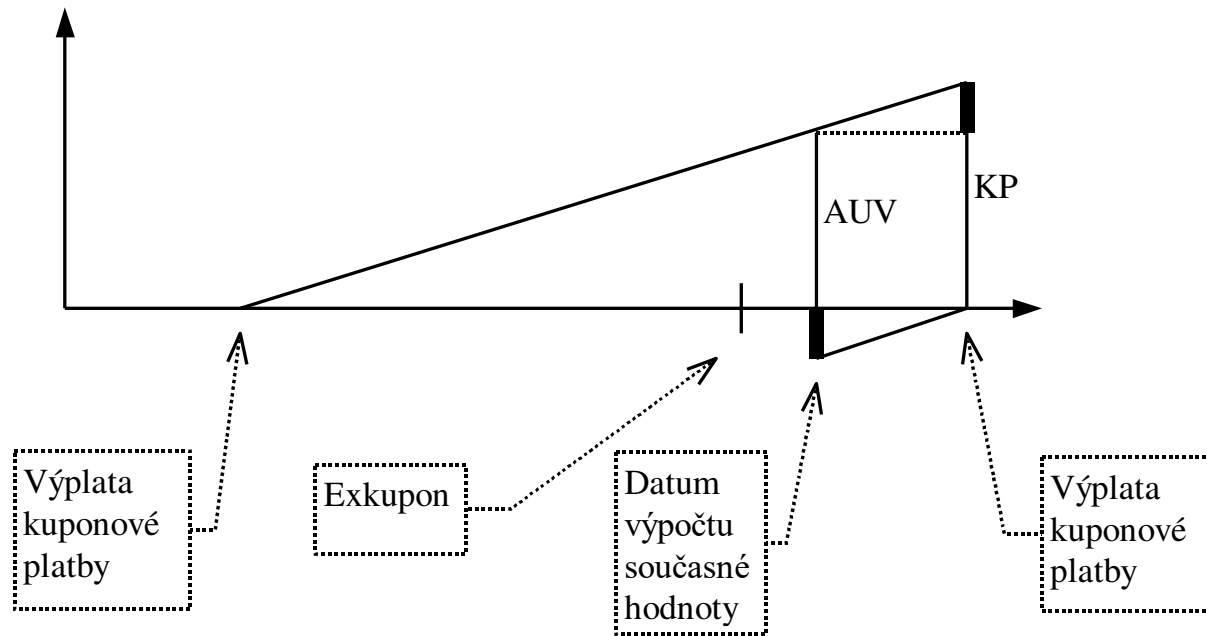
PV+AUV

- Cena včetně AUV

$$PV + AUV = \frac{KP}{(1+i)^{\frac{t}{360}}} + \frac{KP}{(1+i)^{1+\frac{t}{360}}} + \dots + \frac{KP + M}{(1+i)^{n-1+\frac{t}{360}}}$$

– diskontování pomocí smíšeného úročení

Záporný AUV



Příklad

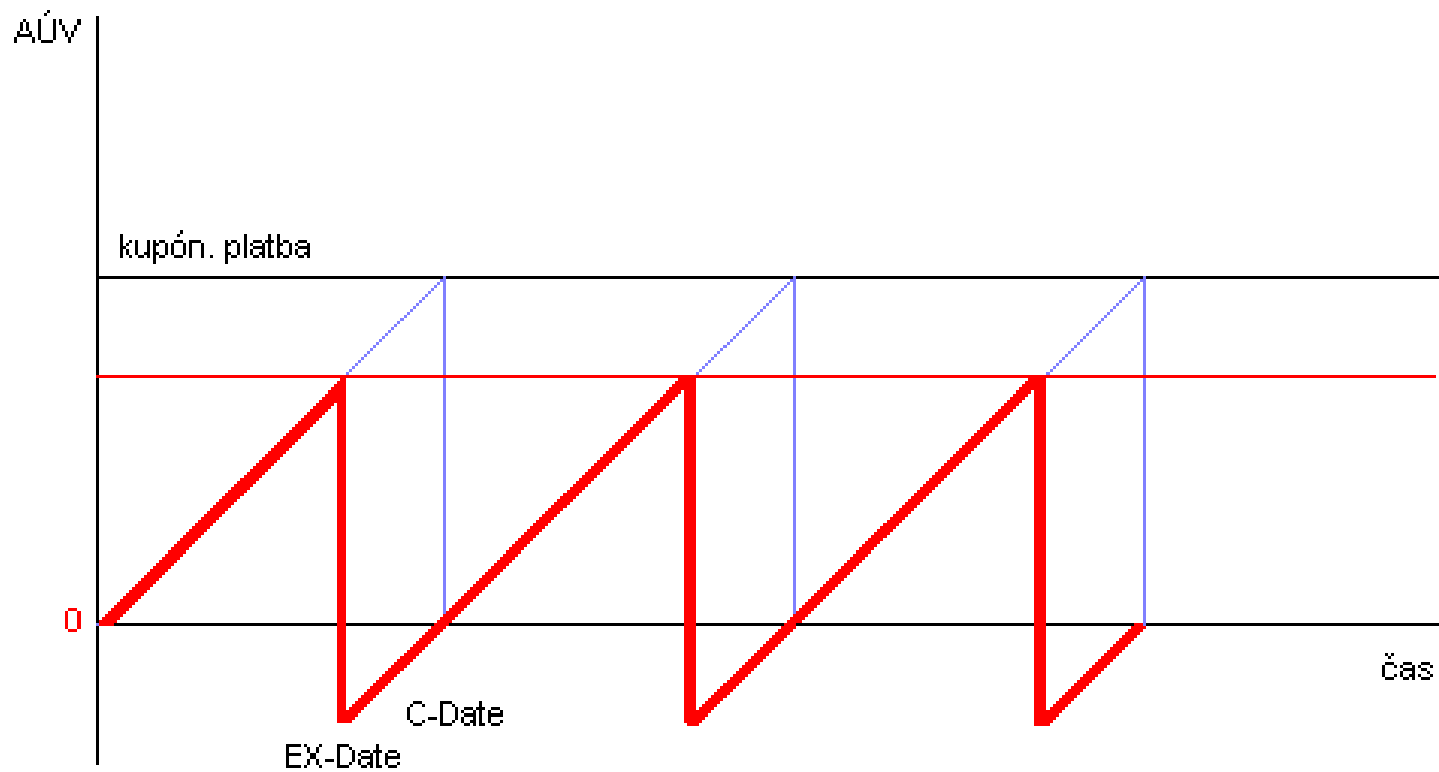
Určete cenu dluhopisu s $JH=10\ 000\text{Kč}$, pololetním kupónem 15%, jehož kótovaná cena 16.6. 2000 je 10 190,20Kč. Kupóny jsou vypláceny vždy 1.4 a 1.10.

Řešení

- a) počet dnů mezi 1.4 a 1.10 je 183
- b) počet dnů mezi 1.4 a 16.6. je 76
(lze použít vhodnou funkci v Excelu)

Příklad – pokr.

- $AUV = 76/183 * 0,075 * 10\ 000 = 311,48$
- Cena dluhopisu 16.6. 2000 je
 $P = 10\ 190,2 + 311,48$
 $= 10\ 501,68\text{Kč}$



Aukce SD - americká

EM	TR	k	Aukce D	Splatnost	S	Min	Průměr	Max
41	8	4,60	16.02.05	18.08.18	3 000	3,873%	3,883%	7 748
43	4	3,95	02.02.05	02.08.07	5 000	2,554%	2,599%	14
40	9	3,70	19.01.05	16.06.13	5 000	3,804%	3,815%	9 094
41	7	4,60	08.12.04	18.08.18	3 000	4,563%	4,573%	9 192
43	3	3,95	24.11.04	02.08.07	3 000	3,212%	3,220%	11
40	8	3,70	03.11.04	16.06.13	3 000	4,725%	4,731%	7 220
42	6	3,80	20.10.04	22.03.09	2 000	4,002%	4,010%	8 832
41	6	4,60	06.10.04	18.08.18	5 000	5,282%	5,300%	14 755
43	2	3,95	22.09.04	02.08.07	7 000	3,784%	3,912%	11 826
40	7	3,70	08.09.04	16.06.13	6 000	5,191%	5,197%	19 154

Web - cnb

Ceny 17.1.2006 12:29

Patria Finance

titul		cena nákup	prodej	cena
SD 3.00/06	100,68	100,88		
SD 5.70/06	105,35	105,65		
SD 6.30/07	107,80	108,10		
SD 3.95/07	103,35	103,65		
SD 2.90/08	100,75	101,05		
SD 3.80/09	103,55	103,85		
SD 6.40/10	115,65	115,95		
SD 6.55/11	119,05	119,35		
SD 3.70/13	101,00	101,30		
SD 6.95/16	129,00	129,30	←	
SD 4.60/18	106,00	106,30	←	

Náš výběr

Státní ČR

HZL ČR

Firemní ČR

Státní Svět

Firemní Svět

Název	Měna	Cena		Y-T-M		Mod. Durace	AUV(ks)
		Nákup	Prodej	Nákup	Prodej		
ST. DLUHOP. 0.50/16	CZK	100,090	100,280	0,185	-0,476	0,286	35,69
ST. DLUHOP. VAR/16	CZK	100,150	100,400	0,083	-0,378	0,033	-1,23
ST. DLUHOP. 4.00/17	CZK	103,970	104,240	-0,014	-0,276	0,989	4,44
ST. DLUHOP. VAR/17	CZK	101,550	102,050	0,010	-0,372	0,275	28,13
ST. DLUHOP. 0.00/17	CZK	100,010	100,200	-0,006	-0,127	1,568	0,00
ST. DLUHOP. 0.00/18	CZK	100,000	100,300	0,000	-0,169	1,770	0,00
ST. DLUHOP. 0.85/18	CZK	101,690	101,930	-0,030	-0,153	1,912	6,75
ST. DLUHOP. 4.60/18	CZK	110,800	111,130	-0,011	-0,141	2,221	302,83
ST. DLUHOP. 5.00/19	CZK	114,860	115,290	0,026	-0,105	2,859	5,56
ST. DLUHOP. 0.00/19	CZK	100,000	100,390	0,000	-0,120	3,254	0,00
ST. DLUHOP. 1.50/19	CZK	105,140	105,560	0,046	-0,069	3,454	69,17
ST. DLUHOP. 3.75/20	CZK	116,210	116,710	0,066	-0,037	4,092	221,88
ST. DLUHOP. VAR/20	CZK	100,350	100,650	-0,014	-0,077	0,153	2,13
ST. DLUHOP. 3.85/21	CZK	120,300	120,850	0,115	0,025	4,985	209,61
ST. DLUHOP. 4.70/22	CZK	129,010	129,690	0,148	0,057	5,663	278,08
ST. DLUHOP. VAR/23	CZK	107,550	108,050	0,037	-0,031	0,008	-0,93
ST. DLUHOP. 0.45/23	CZK	100,820	101,750	0,339	0,215	7,402	24,97
ST. DLUHOP. 5.70/24	CZK	143,300	144,050	0,291	0,216	6,740	506,67
ST. DLUHOP. 2.40/25	CZK	117,900	118,740	0,455	0,372	8,533	138,36
ST. DLUHOP. 1.00/26	CZK	105,500	105,800	0,447	0,418	9,687	80,33
ST. DLUHOP. VAR/27	CZK	102,400	103,000	0,055	0,005	0,094	11,10
ST. DLUHOP. 2.50/28	CZK	121,550	122,350	0,677	0,616	10,823	159,72
ST. DLUHOP. 0.95/30	CZK	101,950	102,530	0,803	0,760	13,268	-7,79
ST. DLUHOP. 4.20/36	CZK	157,100	158,310	1,094	1,044	15,486	152,83
ST. DLUHOP. 4.85/57	CZK	185,100	196,850	1,882	1,628	24,381	187,26

13.4.2016 17:10:20

Náš výběr

Státní ČR

HZL ČR

Firemní ČR

Státní Svět

Firemní Svět

Název	Měna	Cena		Y-T-M		Mod.	AUV(ks)
		Nákup	Prodej	Nákup	Prodej	Durace	
ST. DLUHOP. 0.00/18	CZK	100,010	100,360	-0,066	-2,381	0,151	0,00
ST. DLUHOP. 0.85/18	CZK	100,160	100,760	0,312	-1,672	0,299	59,62
ST. DLUHOP. 4.60/18	CZK	103,070	103,840	0,335	-0,682	0,722	127,78
ST. DLUHOP. 5.00/19	CZK	106,190	107,140	0,454	-0,201	1,324	315,28
ST. DLUHOP. 0.00/19	CZK	99,170	99,720	0,512	0,172	1,633	0,00
ST. DLUHOP. 1.50/19	CZK	102,000	102,590	0,451	0,148	1,905	12,08
ST. DLUHOP. 0.00/20	CZK	98,620	99,460	0,633	0,246	2,203	0,00
ST. DLUHOP. 3.75/20	CZK	108,380	109,280	0,704	0,397	2,687	79,17
ST. DLUHOP. VAR/20	CZK	101,950	102,950	-0,117	-0,437	0,031	-0,21
ST. DLUHOP. 3.85/21	CZK	111,190	112,130	0,871	0,639	3,633	63,10
ST. DLUHOP. 0.00/22	CZK	94,410	98,040	1,366	0,468	4,241	0,00
ST. DLUHOP. 4.70/22	CZK	117,050	118,220	1,032	0,806	4,399	99,22
ST. DLUHOP. VAR/23	CZK	107,210	108,250	0,226	0,043	0,392	68,44
ST. DLUHOP. 0.45/23	CZK	95,780	96,450	1,194	1,073	5,838	4,19
ST. DLUHOP. 5.70/24	CZK	127,560	128,790	1,252	1,082	5,601	289,75
ST. DLUHOP. 2.40/25	CZK	106,450	107,270	1,517	1,409	7,201	47,34
ST. DLUHOP. 1.00/26	CZK	94,750	95,460	1,662	1,570	8,215	42,47
ST. DLUHOP. 0.25/27	CZK	87,260	88,190	1,762	1,643	9,081	19,93
ST. DLUHOP. VAR/27	CZK	104,550	105,850	0,263	0,137	0,478	1,75
ST. DLUHOP. 2.50/28	CZK	105,500	106,200	1,928	1,858	9,537	64,58
ST. DLUHOP. 0.95/30	CZK	87,610	88,320	2,089	2,019	11,689	51,27
ST. DLUHOP. 4.20/36	CZK	126,740	129,040	2,428	2,298	14,185	-7,00
ST. DLUHOP. 4.85/57	CZK	147,040	152,050	2,860	2,704	22,062	2,69

←---

←--

←---

24.11.2017 16:59:55

Pozn. Y-T-M = Výnos do splatnosti

Zdroj: Patria Finance, ČSOB

ISIN CZ0003512659

Emitent:

ENREI s.r.o., IČ: 036 72 158
se sídlem Masarykova třída 538/16, 415 01 Teplice
zapsaná v obchodním rejstříku u Městského soudu v Praze oddíl C vložka 235987

HROMADNÝ

DLUHOPIS

ENREI 7,20/18

listinný cenný papír na jméno

nahrazující **100.000 kusů dluhopisů**

s pořadovými čísly od 00.000.001 - 00.100.000
vydaných ve formě na jméno, každý ve jmenovité hodnotě 1,- Kč.

Celková jmenovitá hodnota Dluhopisů nahrazených tímto hromadným dluhopisem činí

100.000,- Kč

(jedno sto tisíc korun českých)

na jméno: **Jan Novák, Masarykova třída 18, Teplice, PSČ 415 01, dat.nar.: 22.8.1961**

S Emisními podmínkami se lze seznámit na internetových stránkách
Emidenta na adrese www.enrei.cz, a v sídle Emidenta, kde jsou zdarma
dostupné ve formě brožury.
Emisní podmínky byly zveřejněny dne 22. 6. 2015.

Pevný roční úrok:

7,2 %

ze jmenovité hodnoty dluhopisu

Datum emise: 22. 6. 2015

Datum splatnosti emise: 22. 6. 2018

Datum splatnosti úroků: 22. 6. 2016, 22. 6. 2017, 22. 6. 2018

Emitent tímto prohlašuje, že dluží listinu Dluhopisů a poměrný úrokový výnos
Dluhopisu Vlastníkovi Dluhopisů a zavazuje se mu vyplátit úrokový výnos
a splatit listinu Dluhopisů v místě, způsobem a v souladu s Emisními podmínkami
a Zákonem o dluhopisech.

Způsob a místo vyplaty jmenovité hodnoty Dluhopisů a výnosu z něho a další podmínky
emise Dluhopisů jsou upraveny v Emisních podmínkách.



ENREI s.r.o.
Ludvík Opolzer, jednatel

DLUHOPIS ENREI 7,20/18

Název dluhopisů:	ENREI 7,20/18
ISIN:	CZ0003512659
Emitent dluhopisů:	ENREI s.r.o., Masarykova třída 538/ 16, 417 01 Teplice, IČ: 036 72158
Výnos dluhopisů:	7,2 % ročně
Výplata úroků ročně k:	22. 6. 2016, 22. 6. 2017, 22. 6. 2018
Datum emise dluhopisů:	22. 6. 2015
Splatnost dluhopisu:	22. 6. 2018
Forma dluhopisů:	listinný cenný papír na jméno
Jmenovitá hodnota jednoho dluhopisu:	1,- Kč
Celková předpokládaná hodnota emise:	18.000.000,- Kč

Zdroj: <http://info.enrei.cz/dluhopisy-enrei-7-20-18-vyprodan-s11CZ>

- K 30. 6. 2014 emitovala J&T banka deset tisíc kusů podřízených dluhopisů, každý o jmenovité hodnotě sto tisíc korun
- Neohraničená doba životnosti
- Charakter podřízeného dluhu
- Nesou úrok deset procent ročně, vyplácen je čtvrtletně
- <https://www.jtbank.cz/o-bance/pro-media/1165547-investori-upsali-certifikaty-jt-banky.html>

Dluhopisy se splatností po roce 2110, Reuters (11. 4. 2014)

<u>Ticker</u>	<u>Coupon</u>	<u>Maturity Date</u>	<u>Issue Date</u>	<u>ISIN</u>	<u>Amount Issued</u>	<u>Curr</u>
DOENR	4.8750	08-Jul-3013	08-Jul-2013	XS0943371194	500,000,000	Euro
DOENR	6.2500	26-Jun-3013	26-Jun-2013	XS0943370543	700,000,000	Euro
DOENR	7.7500	01-Jun-3010	24-Jan-2011	XS0560190901	700,000,000	Euro
DOENR	5.5000	29-Jun-3005	29-Jun-2005	XS0223249003	1,100,000,000	Euro
CP	4.0000	25-Jul-2882	02-Jan-1900	NL0000272813	719,000,000	<u>British Pound</u>
FLAGI	0.1000	31-Dec-2199	24-Dec-2012	AU3CB0203677	100,000,000	<u>Austral Dollar</u>
GASI	7.6780	19-Nov-2131	19-Nov-2008	XS0399861326	150,000,000	Euro
MASIT	4.6780	01-Jul-2114	08-Apr-2014	US575718AB76	550,000,000	<u>US Dollar</u>
EDF	6.0000	23-Jan-2114	23-Jan-2014	FR0011710284	1,350,000,000	<u>British Pound</u>
EDF	6.0000	22-Jan-2114	22-Jan-2014	USF2893TAL01	700,000,000	<u>US Dollar</u>
EDF	6.0000	22-Jan-2114	22-Jan-2014	US268317AL89	700,000,000	<u>US Dollar</u>
HMLTC	4.7500	01-Jul-2113	30-Apr-2013	US40728TAA16	103,000,000	<u>US Dollar</u>
TRUNP	4.6740	01-Sep-2112	05-Apr-2012	US91481CAA80	300,000,000	<u>US Dollar</u>
ENBEP	4.1000	18-Jul-2112	18-Jul-2012	CA29250ZAP32	100,000,000	<u>Canad Dollar</u>
BOWDN	4.6930	01-Jul-2112	03-Jul-2012	US102291AA91	128,500,000	<u>US Dollar</u>

PV podle umořovacího plánu

- anuitní způsob

$$JH = \frac{a}{1+i} + \frac{a}{(1+i)^2} + \frac{a}{(1+i)^3} + \dots + \frac{a}{(1+i)^n} = a * \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

- a anuita (úrok i část jmenovité hodnoty)
- i požadovaná výnosnost
- n doba do splatnosti
- JH jmenovitá hodnota

Rehabilitační dluhopis

532/1991

Obd	Anuita	Úrok	Úmor	PV
0				20 000 Kč
1	2 590 Kč	1 000 Kč	1 590 Kč	18 410 Kč
2	2 590 Kč	920 Kč	1 670 Kč	16 740 Kč
3	2 590 Kč	837 Kč	1 753 Kč	14 987 Kč
4	2 590 Kč	749 Kč	1 841 Kč	13 147 Kč
5	2 590 Kč	657 Kč	1 933 Kč	11 214 Kč
6	2 590 Kč	561 Kč	2 029 Kč	9 184 Kč
7	2 590 Kč	459 Kč	2 131 Kč	7 053 Kč
8	2 590 Kč	353 Kč	2 237 Kč	4 816 Kč
9	2 590 Kč	241 Kč	2 349 Kč	2 467 Kč
10	2 590 Kč	123 Kč	2 467 Kč	0 Kč

Ohodnocování dluhopisů

- výnosnost do doby splatnosti - YTM

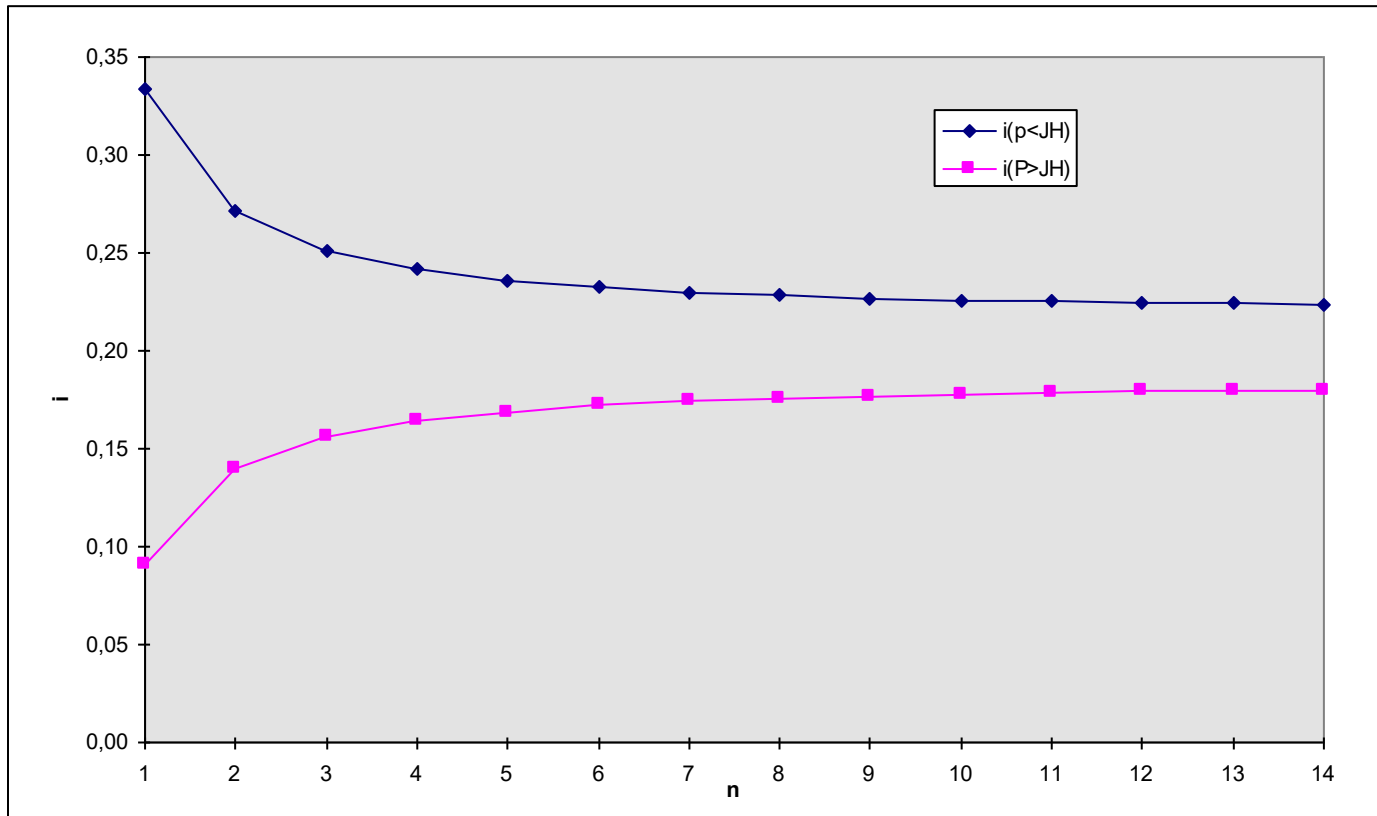
$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

- C roční kupónová platba,
- M jmenovitá hodnota dluhopisu,
- n počet let do doby splatnosti,
- P cena dluhopisu,
- $i = \text{YTM}$ výnosnost do doby splatnosti

Výnosnost do doby splatnosti

- $P = M \iff i = k$
- $P > M \iff i < k$
- $P \uparrow \iff i \downarrow$
 - i je YTM

YTM a n



Zdroj: Autor

Měření výnosnosti dluhopisů

- **Výnosnost za dobu držby**

$$\text{Kupní cena} = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{\text{Prodejní cena}}{(1+i)^n}$$

- **Čistá výnosnost**

$$\text{Kupní cena} = \frac{C_1(1-d)}{1+i} + \frac{C_2(1-d)}{(1+i)^2} + \frac{C_3(1-d)}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_n(1-d)}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

d ...daňová míra

Kurz dluhopisu

- Jedná se poměr ceny obligace ku jmenovité hodnotě vyjádřené v procentech:

$$KO = \frac{P}{JH} \times 100\%$$

Příklad

- Vypočítejte kurz obligace splatné za 3 roky, kupónem 10% (roční) a výnosností do splatnosti 11%

Řešení

$$P = JH \times \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right]$$

$$\begin{aligned} KO &= \frac{P}{JH} \times 100\% = \frac{JH \times \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right]}{JH} \times 100\% \\ &= \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right] \times 100\% = 97,86\% \end{aligned}$$

Běžná výnosnost

- z YTM pro konzolu, aproximace YTM

$$i_c = \frac{C}{P}$$

- i_c běžná výnosnost
- C kupónová platba
- P cena dluhopisu

Běžná výnosnost

- vhodný ukazatel pro
 - dlouhodobé
 - cena blízko M

$$i_c = \frac{C}{P} = \frac{C}{M} = k = i$$

Rendita

- Rendita

R = běžná výnosnost + kapitálová výnosnost

$$= \frac{C}{P} + \frac{\text{Prodejní cena} - \text{Kupní cena}}{t \times \text{Kupní cena}}$$

t Doba držby (v letech)

Příklad

- Vypočítejte renditu dluhopisu s kupónem 10% p.a., JH=1000, která byla koupena za 1000Kč a prodána za rok za 1200Kč.

Řešení:

Příklad

- Vypočítejte renditu dluhopisu s kupónem 10%, JH=1000, která byla koupena za 1000Kč a prodána za rok za 1200Kč.

Řešení:

$$R = \frac{100}{1000} + \frac{1200 - 1000}{1000} = 0,3$$

Příklad

- Vypočítejte renditu dluhopisu s kupónem 10%, JH=1000, která byla koupena za 900Kč a prodána za 2 roky za 1200Kč.

Řešení:

Příklad

- Vypočítejte renditu dluhopisu s kupónem 10%, JH=1000, která byla koupena za 900Kč a prodána za 2 roky za 1200Kč.

Řešení:

$$R = \frac{100}{900} + \frac{1200 - 900}{2 \times 900} = 0,2777 (27,77\%)$$

Durace

- citlivost ceny dluhopisu na změny úrokových měr
- U kupónových dluhopisů
 - vážený průměr dob splatnosti jednotlivých plateb
 - váha – poměrný přírůstek diskontované platby do ceny
- Durace se někdy interpretuje jako střední doba splatnosti

Durace

- Vztah (*) je založen na Taylorově rozvoji funkce:

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) = f'(x)\Delta x + \frac{1}{2} f''(x)(\Delta x)^2 + \frac{1}{3 \times 2} f'''(x)(\Delta x)^3 + \dots$$

kde se na pravé straně bere jen první člen.

Durace

$$D = - \frac{dP}{di} \frac{1+i}{P}$$

Durace (Maculayova) je vlastně elasticita (pružnost) ceny dluhopisu vzhledem k úrokové míře:

$$D \cong - \frac{\frac{\Delta P}{P} \times 100\%}{\frac{\Delta i}{1+i} \times 100\%}$$

Durace

- Odhad změny ceny obligace při změně úrokové míry:

$$\Delta P = -D \times \frac{P}{1+i} \times \Delta i \quad (*)$$

V původním vzorci pro duraci

$$D = -\frac{dP}{di} \frac{1+i}{P}$$

jsme osamostatnili dP a nahradili d symbolem Δ

Odvození durace kupónového bondu

$$P = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

$$\frac{dP}{di} = -\frac{C_1}{(1+i)^2} - \frac{2C_2}{(1+i)^3} - \dots - \frac{nC_n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{nJH}{(1+i)^{n+1}}$$

$$D = -\frac{dP}{di} \frac{1+i}{P} = \frac{\frac{C_1}{1+i} + 2\frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + n\frac{C_n}{(1+i)^n} + n\frac{JH}{(1+i)^n}}{P}$$

$$= \frac{\frac{C_1}{1+i}}{P} + 2\frac{\frac{C_2}{(1+i)^2}}{P} + 3\frac{\frac{C_3}{(1+i)^3}}{P} + \dots + n\frac{\frac{C_n + JH}{(1+i)^n}}{P}$$

$$= \sum_{t=1}^n tw_t$$

Durace

- Váha

$$w_t = \frac{C_t}{(1+i)^t} \cdot \frac{1}{P}$$

- C_t kupónová platba (+ M)
- i výnosnost do doby splatnosti
- P cena dluhopisu

- Durace

$$D = \sum_{t=1}^n t * w_t$$

Durace

- je ukazatelem průměrné splatnosti dluhopisu,
- je jednou z hlavních pomůcek při řízení portfolia dluhopisů,
- je měřítkem citlivosti ceny na změnu úrokové sazby

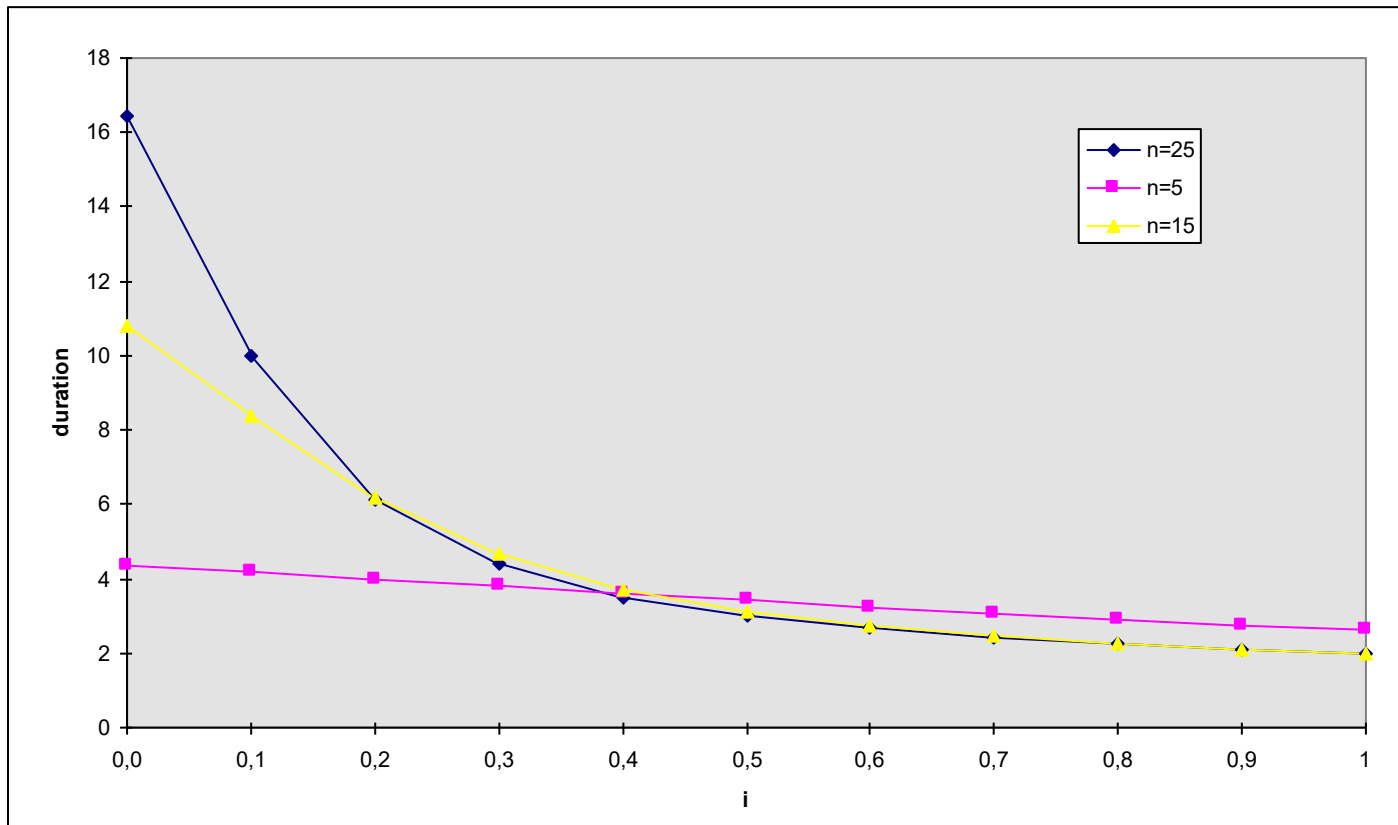
Durace

n/k	1	5	10	20	50
2%	0,995	4,74	8,76	14,02	14,83
4%	0,990	4,53	7,98	11,96	13,44
6%	0,985	4,36	7,45	10,92	12,98
8%	0,981	4,21	7,06	10,29	12,74

Durace

- menší nebo rovna době splatnosti
 - rovnost nastává pouze pro diskontované dluhopisy,
- roste, roste-li doba do splatnosti
 - mezní přírůsky klesají
 - jmenovitá hodnota má u dlouhodobějších dluhopisů menší vliv na PV
- klesá s růstem kupónové sazby
- klesá s růstem úrokové míry

Durace



Zdroj: Autor

Durace

- s rostoucí dobou do splatnosti je pokles duration při růstu úrokových sazeb strmější,
- při vysokých úrokových sazbách může duration krátkodobého dluhopisu být vyšší než duration dlouhodobého dluhopisu

Příklad

- O kolik se změní cena dluhopisu s $JH=1000Kč$, s dobou maturity 3 roky, kupónem 10% (roční výplata) a výnosností do splatnosti 8% vzroste-li úroková míra o 1%?
- Řešení
- **a) Původní cena obligace**

$$P_0 = 1000 \left[\frac{0,1}{0,08} - \frac{0,1 - 0,08}{0,08(1 + 0,08)^3} \right] = 1051,5$$

Das Bild kann zurzeit nicht angezeigt werden.

Příklad (pokr.)

- **b) Durace**

$$D = \frac{\frac{100}{(1+0,08)} + 2 \frac{100}{(1+0,08)^2} + 3 \frac{100+1000}{(1+0,08)^3}}{1051,5} = 2,7424$$

c) Změna ceny

$$\Delta P = -2,7424 \times \frac{1051,5}{1+0,08} \times 0,01 = -26,7$$

d) Nová cena

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 + \Delta P = 1051,5 - 26,7 \\ &= 1024,8 \end{aligned}$$

Příklad (pokr.)

- **Bez durace**
- **Cena při nové sazbě 9%**
- **1025,313**

- **S durací**
- **$1051,5 - 26,7 = 1024,8$**

Durace- pololetní platby kupónů

$$D = \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{C}{2}}{1+i/2} + 2 \frac{\frac{C}{2}}{(1+i/2)^2} + 3 \frac{\frac{C}{2}}{(1+i/2)^3} + \dots + n \frac{\frac{C}{2} + JH}{(1+i/2)^n} \right]$$

Příklad

Vyjdeme z předchozího příkladu s tím rozdílem, že kupón bude vyplácen pololetně

Řešení

a) Určení ceny obligace

$$P = 1000 \left[\frac{0,05}{0,04} - \frac{0,05 - 0,04}{0,04(1 + 0,04)^6} \right]$$
$$= 1052,4$$

Příklad (pokr.)

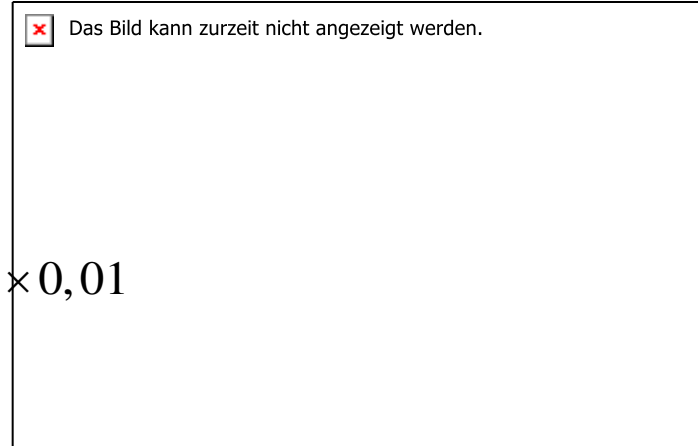
- b) Určení durace

$$P = \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{50}{(1+0,04)} + 2 \frac{50}{(1+0,04)^2} + 3 \frac{50}{(1+0,04)^3} + \dots + 6 \frac{50+1000}{(1+0,04)^6}}{1052,4} \right]$$
$$= \frac{1}{2} 5,3490 = 2,6745$$

Příklad (pokr.)

- c) Určení změny ceny obligace

$$\begin{aligned}\Delta P &= -D \times \frac{P}{1 + \frac{i}{2}} \times \Delta i = -2,6745 \times \frac{1052,4}{1 + 0,04} \times 0,01 \\ &= -27,06\end{aligned}$$



- d) Nová cena obligace

$$\begin{aligned}P_1 &= P_0 + \Delta P = 1052,4 - 27,06 \\ &= 1025,34\end{aligned}$$

Konvexita

- Konvexita bere v úvahu zakřivení cenové funkce obligace
- Většinou je definována vztahem

$$\text{conv} = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{di^2}$$

Konvexita

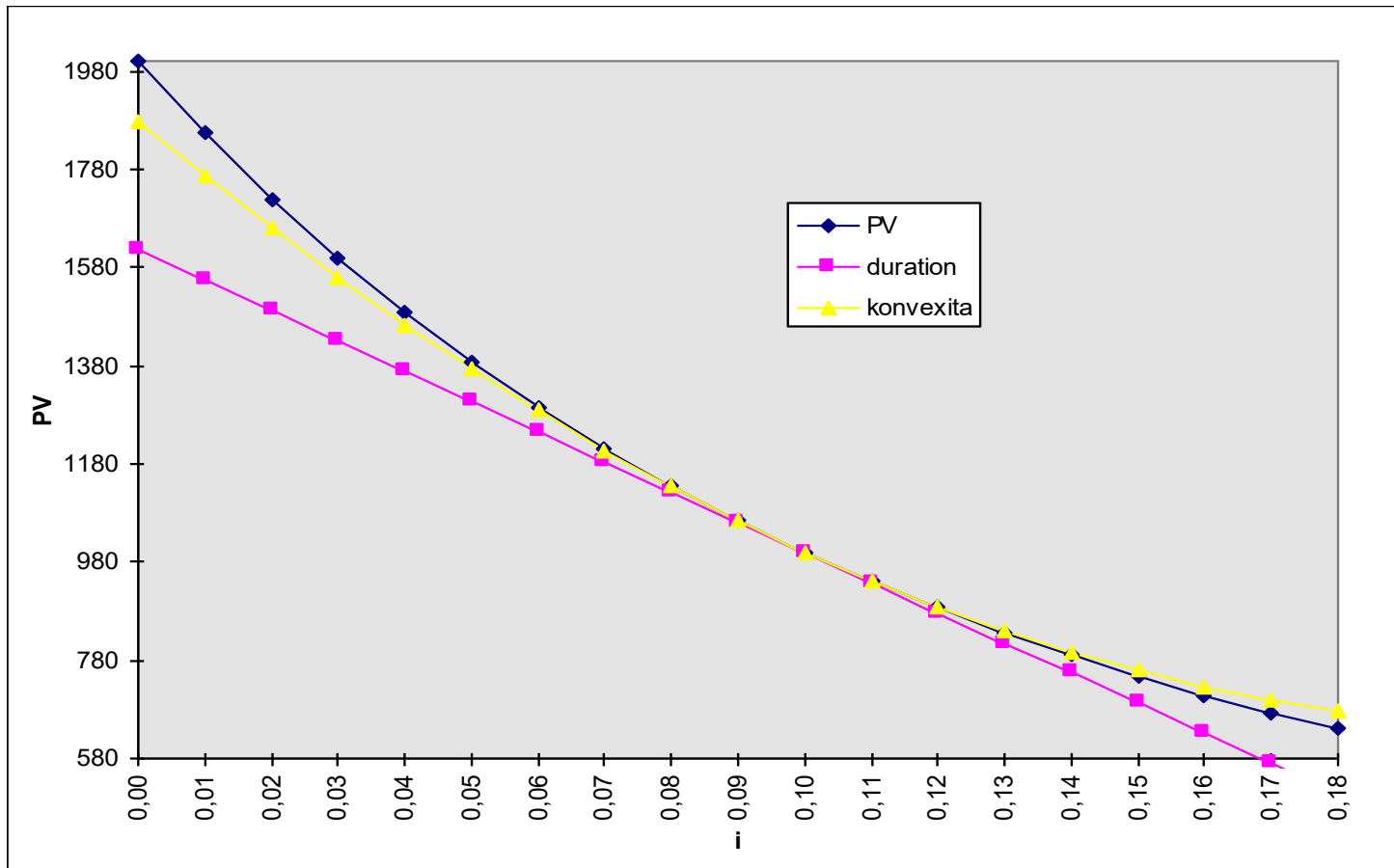
- Odhad změny ceny obligace pomocí konvexity

$$\Delta P = -D \frac{P}{1+i} \Delta i + \frac{1}{2} P \times conv \times (\Delta i)^2$$

V Taylorově rozvoji se bere v úvahu i druhý člen

Konvexity se využívá, jestliže očekáváme větší změny úrokové míry

Durace a konvexita



Durace a konvexita

- cena
 - při použití duration je při každé změně úrokové sazby nižší než skutečná cena
 - při použití konvexity závisí na tom, zda se úroková sazba zvýší či sníží.

Durace - příklad

- Investor může investovat do dvou typů dluhopisů:
 - kupónový dluhopis s jmenovitou hodnotou 100 Kč, kupónovou sazbou 12 %, kupónem vypláceným pololetně a dobou do splatnosti 3 roky,
 - diskontovaný dluhopis s jmenovitou hodnotou 100 Kč a dobou do splatnosti 5 let.
 - Požadovaná výnosnost je 12 % p.a.
- Jaké mu doporučíte složení portfolia, pokud chce investovat v časovém horizontu čtyři roky a zabezpečit se proti změně úrokové sazby?

- Banka vlastní portfolio aktiv a pasiv ve výši 1mld USD
- Výnosnost aktiv je 12% a výnosnost pasiv je 4%
- Durace aktiv je 5, durace pasiv je 1,5
- Úroková míra se zvýší o 1%
- P:-14423,1 A:-44642,9
- Ztráta – 30219

Imunizace

- Banka má ve své bilanci úrokově citlivá aktiva a závazky
- Cílem je, aby rovnost aktiv a závazků byla zachována i při malých změnách úrokových měr:

SH aktiv = SH závazků

Durace aktiv = Durace závazků

SH ...současná hodnota

Příklad - Imunizace

- Předpokládejme, že firma provést jednu platbu ve velikosti 10 000 000Kč za 2 roky. Manažer uvažuje jak prostředky do té doby investovat. K dispozici jsou následující obligace se splatností 1 a 3 roky:
- Kdyby vše investoval do ročních obligací, pak čelí reinvestičnímu riziku. Tyto obligace budou za rok vyplaceny, ale pokud se mezitím úrokové míry snížily, pak koupě nových ročních obligací bude dražší než se předpokládalo.
- Pokud by investoval veškerou částku do tříletých obligací, pak čelí riziku prodejní ceny, neboť obligace bude muset za dva roky prodat. Při vzestupu úrokových měr by ceny obligací poklesly a závazek by nemusel být splněn

Příklad

Obligace	Kupon	Jmenovitá hodnota	Doba do splatnosti	Cena	Výnos do splatnosti	Durace
A	7%	10 000	1 rok	9727.30	10%	1
B	8%	10 000	3 roky	9502.50	10%	2,78

Příklad (pokr.)

- SH závazku

$$8\,264\,460 = \frac{10\,000\,000}{(1 + 0,1)^2}$$

- SH aktiv = SH závazků

$$w_1 * 8\,264\,460 + w_2 * 8\,264\,460 = 8\,264\,460$$

w_1, w_2váhy investic do jednoletých
resp. tříletých obligací

Příklad (pokr.)

- Durace aktiv= Durace závazků

$$w_1 * 1 + w_2 * 2,78 = 2$$

- Vyřešením rovnic

$$w_1 * 1 + w_2 * 2,78 = 2$$

$$w_1 * 8264460 + w_2 * 8264460 = 8264460$$

$$w_1 = 0.4382$$

dostáváme

$$w_2 = 0.5618$$

Příklad (pokr.)

- Tedy budeme investovat investovat 43.82% prostředků do ročních obligací a 56.18% do tříletých obligací.
- Jelikož současná hodnota závazku je 8 264 460 Kč, bude do ročních obligací investováno 3 621 490 Kč do ročních obligací a 4 642 970 Kč do tříletých obligací.
- Investice 3 621 490 Kč znamená koupi 373 kusů ročních obligací a investice 4 642 970 Kč znamená koupi 488 kusů tříletých obligací (zaokrouhlení na celá čísla) .

- Máme portfolio složené ze tří dluhopisů (JH=100)
- Úkol – zjistit změnu hodnoty při vzrůstu úrokové sazby o 1%

	Kuponovazba	Požad výnosnost	Doba do splatnosti	Množství
A	10	14	5	5 mil
B	8	10	6	10 mil
C	12	11	3	5 mil

- 1) Ceny – 86,27; 91,29; 102.44
- 2) Durace – 4,1; 4,94; 2,69
- 3) Durace portfolia – 4,12
- 4) Cena portfolia 18,56
- 5) Výnos portfolia – podle jednotlivých let – 11,15%
- 6) Změna hodnoty portfolia -

Výnosové křivky

(Časová struktura úrokových sazeb)

- Na různá období existují různé úrokové míry
- Vládní obligace s různou dobou splatnosti určují základní časovou strukturu úrokových sazeb
- Časovou strukturu je možno konstruovat i pro jiné typy (korporativní obligace stejného ratingu, mezibankovní úrokové míry, swapové míry, atd.)

Výnosové křivky

Struktura úrokových sazeb

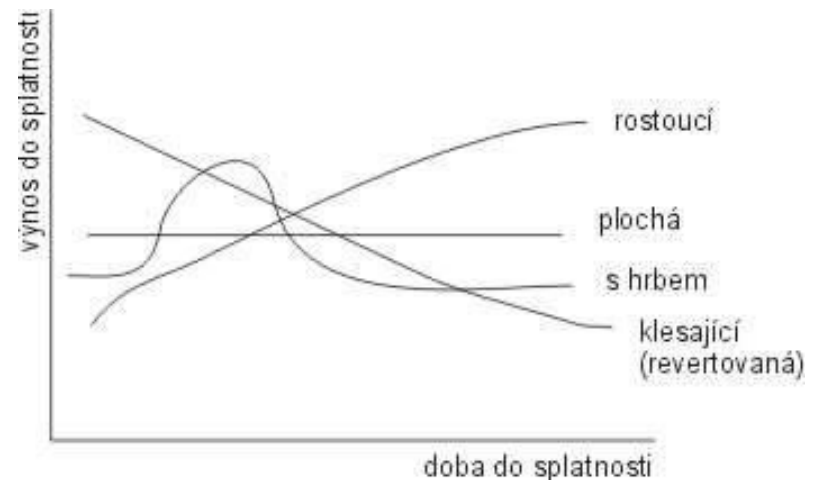
- závislost mezi dobou splatnosti a výnosovou mírou
- pokles úrokových měř
 - investor
 - reinvestování kupónových plateb a M
 - emitent
 - dlouhodobé dluhopisy při pevném úročení
- růst úrokových měř
 - investor
 - pokles ceny při prodeji před splatností
 - emitent
 - krátkodobé – později si půjčí draž

Výnosové křivky

- volatilita úrokových měr
 - pevně úročené dluhopisy citlivé
 - variabilní lepší
- vysoké úrokové sazby
 - pevně úročené levnější, atraktivnější investice
- dlouhodobé
 - větší volatilita ceny – viz durace
- má smysl vztah sledovat

Typy výnosových křivek

- konstruují se pro podobné
 - riziko, likvidita, zdanění - státní
- různý tvar
 - rostoucí
 - konkávní



Zdroj: Autor

Využití výnosových křivek

- správa portfolia
- pro finanční zprostředkovatele
- predikce úrokových sazeb
- oceňování aktiv

Výnosové křivky - příklad

- údaje o pěti diskontovaných dluhopisech s jmenovitou hodnotou 100 Kč:

	A	B	C	D	E
n	1	2	3	4	5
P	93	85	77	68	59

- určit časovou strukturu úrokových měr.
- ohodnotit dluhopis $M=100$, $k=8\%$, $n=4$

Řešení

$$93 = \frac{100}{1+r_1} \quad r_1 = 7,527\%$$

$$85 = \frac{100}{(1+r_2)^2} \quad r_2 = 8,465\%$$

$$77 = \frac{100}{(1+r_3)^3} \quad r_3 = 9,103\%$$

$$68 = \frac{100}{(1+r_4)^4} \quad r_4 = 10.122\%$$

$$59 = \frac{100}{(1+r_5)^5} \quad r_5 = 11,130\%$$

Výnosové křivky – příklad kupónové dluhopisy

	A	B	C	D	E
n	1	2	3	4	5
k	8 %	9 %	9 %	10 %	13 %
P	101	102	100	98	103

n ... doba do splatnosti

k ...kupón (roční)

P ...cena dluhopisu

- určit časovou strukturu úrokových měr.
- ohodnotit dluhopis JH=100, kupón=8 % (roční), splatnost 4 roky

Řešení- určení časové struktury

$$101 = \frac{108}{(1+r_1)} \quad r_1 = 6,931\%$$

$$102 = \frac{9}{(1+r_1)} + \frac{109}{(1+r_2)^2} = \frac{9}{(1+0,06931)} + \frac{109}{(1+r_2)^2}$$

$$r_2 = 7,923\%$$

$$\begin{aligned} 100 &= \frac{9}{(1+r_1)} + \frac{9}{(1+r_2)^2} + \frac{109}{(1+r_3)^3} \\ &= \frac{9}{(1+0,06931)} + \frac{9}{(1+0,07923)^2} + \frac{109}{(1+r_3)^3} \end{aligned}$$

$$r_3 = 9,135\%$$

$$98 = \frac{10}{(1+0,06931)} + \frac{10}{(1+0,07923)^2} + \frac{10}{(1+0,09135)^3} + \frac{110}{(1+r_4)^4}$$

$$r_4 = 11,035\%$$

$$103 = \frac{13}{(1+0,06931)} + \frac{13}{(1+0,07923)^2} + \frac{13}{(1+0,09135)^3} + \frac{13}{(1+0,11035)^4} + \frac{113}{(1+r_5)^5}$$

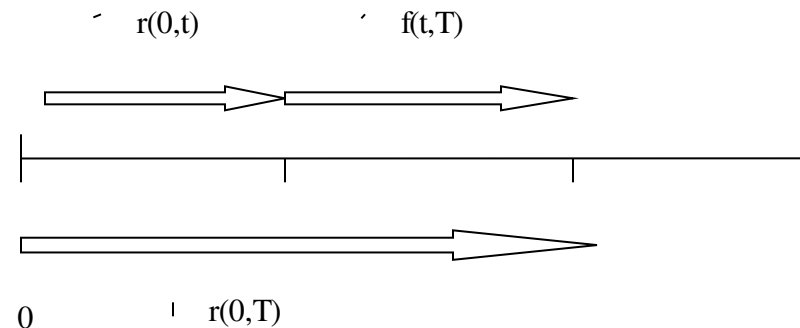
$$r_5 = 13,075\%$$

Řešení –ohodnocení obligace

$$P = \frac{8}{(1+0,06931)} + \frac{8}{(1+0,07923)^2} + \frac{8}{(1+0,09135)^3} + \frac{108}{(1+0,11035)^4}$$
$$= 91,558$$

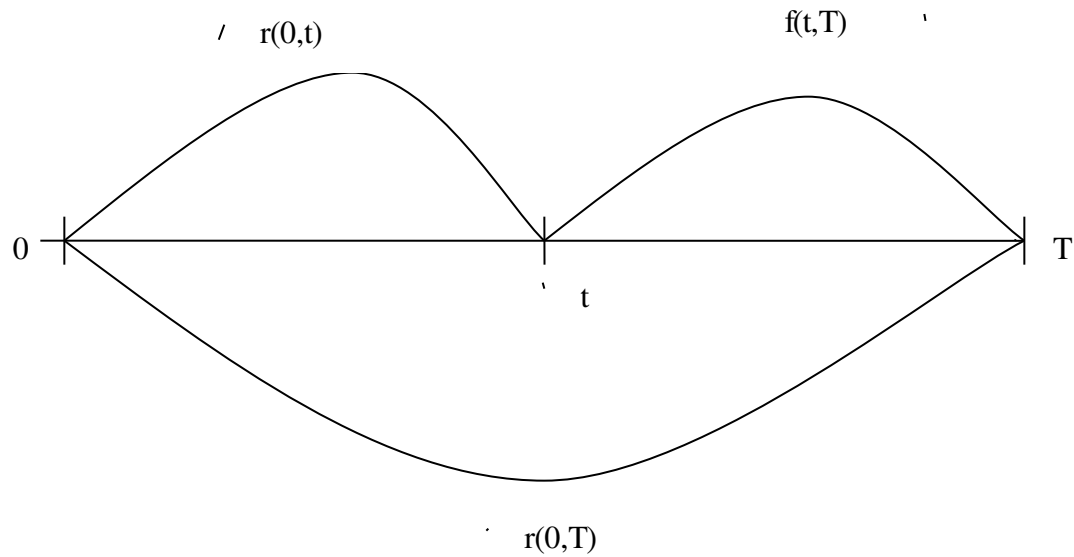
Forwardové úrokové míry (FUM)

- FUM jsou úrokové míry určené v současnosti na budoucí období



Zdroj: Autor

Forwardové úrokové míry



Forwardové úrokové míry

- Výpočet forwardové úrokové míry (složené úročení):

$$\left(1 + r(t)\right)^t \left(1 + f(t, T)\right)^{T-t} = \left(1 + r(T)\right)^T$$

- Prává strana udává zhodnocení 1Kč za dobu T při úrokové míře $r(T)$.
- Levá strana udává zhodnocení 1Kč za dobu t při úrokové míře $r(t)$ a následně za dobu $T-t$ při forwardové úrokové míře $f(t, T)$ (určené na počátku) .
- Aby neexistovala arbitráž je nutné, aby se obě investiční strategie rovnaly.

Forwardové úrokové míry

- Z předchozího vztahu plyne

$$f(t, T) = T - t \frac{\sqrt{\frac{(1 + r(T))^T}{(1 + r(t))^t}}}{1} - 1$$

Forwardové úrokové míry

- Příklad

Nechť spotové úrokové míry na 1,2 a 3 roky jsou postupně

$$r_1 = 6\%$$

$$r_2 = 8\%$$

$$r_3 = 10\%$$

Vypočítejte forwardové úrokové míry

$$f_{12}, f_{13}, f_{23} .$$

Řešení

$$f(t, T) = \sqrt[T-t]{\frac{(1+r(T))^T}{(1+r(t))^t}} - 1$$

$$f_{1,2} = \frac{(1+r_2)^2}{1+r_1} - 1$$

$$= \frac{(1+0,08)^2}{1+0,06} - 1$$

$$= 0,1004 = 10,04\%$$

Řešení –pokr.

$$f_{13} = \sqrt{\frac{(1+r_3)^3}{1+r_1}} - 1 = \sqrt{\frac{(1+0,1)^3}{1+0,06}} - 1$$
$$= 0,1206 = 12,06\%$$

$$f_{23} = \frac{(1+r_3)^3}{(1+r_2)^2} - 1 = \frac{(1+0,1)^3}{(1+0,08)^2} - 1$$
$$= 0,1411 = 14,11\%$$

Příklad

- Předpokládejme, že máme zadáno

$r_1=2\%$ (spotová roční sazba)

$f_{12}=2,5\%$

$f_{23}=3\%$

$f_{34}=4\%$

Vypočítejte spotové sazby r_2, r_3, r_4

Řešení (stručně)

- Využijeme vztahu

$$(1+r(t))^t (1+f(t,T))^{T-t} = (1+r(T))^T$$

Výpočet r_2 :

$$(1+r_1)(1+f_{12}) = (1+r_2)^2$$

$$(1+0,02)(1+0,025) = (1+r_2)^2$$

$$r_2 = 0,0225 = 2,25\%$$

Řešení (pokr.)

- Podobně dostáváme

$$r_3 = 2,5\%$$

$$r_4 = 2,87\%$$

Poučení:

Jestliže známe spotové úrokové míry známe i forwardové a naopak známe-li forwardové úrokové míry známe i spotové míry.

Forwardové úrokové míry

- Použití spojitého úročení (používá se spíše v teorii nebo pro interní výpočty)

$$e^{r_t t} \times e^{f_{t,T}(T-t)} = e^{r_T T}$$

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{T - t}$$

Forwardové úrokové míry

- Použití jednoduchého úročení (používá se většinou v případě kratších období, do 1 roku).

$$(1 + r_t \times t)(1 + f_{t,T} \times (T - t)) = (1 + r_T \times T)$$

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{(1 + r_t \times t)(T - t)}$$

Příklad

- Předpokládejme, že 3měsíční spotová úroková míra $r_3 = 5\%$ a 9m spotová úroková míra $r_9 = 7\%$. Vypočítejte forwardovou úrokovou míru f_{39} .

Řešení

a) Použití jednoduchého úročení

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{(1 + r_t \times t)(T - t)}$$
$$f_{t,T} = \frac{0,07 \times \frac{9}{12} - 0,05 \times \frac{3}{12}}{\left(1 + 0,05 \times \frac{3}{12}\right) \left(\frac{9}{12} - \frac{3}{12}\right)}$$
$$= 7,62\%$$

Příklad (pokr.)

- b) Použití spojitého úročení

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{T - t}$$

$$f_{t,T} = \frac{0,07 \times \frac{9}{12} - 0,05 \times \frac{3}{12}}{\left(\frac{9}{12} - \frac{3}{12} \right)}$$

$$= 8,00\%$$

- Dluhopis s JH = 10 tisíc, $k = 5\%$ p.a. s pololetní výplatou kuponu a splatností 4 roky byl na trhu dostupný za cenu, která zajistila držiteli výnosnost do doby splatnosti ve výši 4% p.a.. Po 2 letech se cena v důsledku pohybu úrokové míry změnila, což mělo za následek pokles výnosnosti do doby splatnosti na 3% p.a.. Určete renditu dluhopisu za dobu držby, tj. za 2 roky.
- 10366,27, 10385,44, 2,46%, **4,98%**

- Máme portfolio složené ze tří dluhopisů (JH=100)
- Úkol – zjistit změnu hodnoty při vzrůstu úrokové sazby o 1%

	Kuponovazba	Požad výnosnost	Doba do splatnosti	Množství
A	10	14	5	5 mil
B	8	10	6	10 mil
C	12	11	3	5 mil

- 1) Ceny – 86,27; 91,29; 102.44
- 2) Durace – 4,1; 4,94; 2,69
- 3) Durace portfolia – 4,12
- 4) Cena portfolia 18,56
- 5) Výnos portfolia – podle jednotlivých let – 11,15%
- 6) Změna hodnoty portfolia -

- Pomocí časové struktury úrokových sazeb ohodnoťte dluhopis s nominální hodnotou 50 000 Kč, kuponovou sazbou 3% p.a. a splatností 3 roky. Máte informace o následujících dluhopisech:
- 1,48515%, 3,06193%
3,31327% , 49 592,61 Kč

Dluhopis	X	Y	Z
Kuponová sazba	2,5%	2%	5,00%
Doba do splatnosti (v letech)	1	2	3
Tržní cena	1 010	4 900	10 500
Jmenovitá hodnota	1 000	5 000	10 000

- Mezi cenou dluhopisu P (včetně AÚV) se splatností za **3** roky, jeho ročně vyplácenými kupóny c , jmenovitou hodnotou JH (vše v CZK), vnitřním výnosovým procentem do splatnosti i a nějakou úrokovou sazbou j takovou, že $j > i$, platí

- a) $P(1+i)^3 > c(1+j)^2 + c(1+j) + c + JH$
- b) $P(1+i)^3 < c(1+j)^2 + c(1+j) + c + JH$
- c) $P(1+i)^3 < c + c + c + JH$
- d) $P(1+i)^3 = c(1+i)^2 + c(1+i) + c + JH$

- Pomocí časové struktury úrokových sazeb ohodnoťte dluhopis se jmenovitou hodnotou 4 500, který vyplácí pololetní kupóny ve výši 4,8 % p. a. a je splatný za 1,5 roku. Uvažujte pololetní úročení.
- 20,4 – půlroční (roční)
- 8,16 – roční
- 9,8 – tři pololetí (roční)

Dluhopis	JH	Cena v % JH	Výše kuponu p.a.	Výplata kuponu	Splatnost
α	5 000	93 %	5 %	půlroční	Půl roku
β	10 000	98 %	6 %	roční	rok
γ	15 000	96 %	7 %	půlroční	Rok a půl

Poptávka po investičních instrumentech

2. Výnos - pozitivní závislost

– celkový výnos = důchod + kapitálový zisk

– $R = I + CG$

- důchod (income) = úrok, dividenda, nájemné

- kapitálový zisk (capital gain) = prodejní cena - nákupní cena

– výnosová míra (%):

- historická (ex post)

- očekávaná (ex ante)

$$r = \frac{I + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$E(r) = \sum_{i=1}^N r_i p_i$$

Příklad

- Předpokládejme, že jsme nakoupili akcii za 20 USD na začátku roku a prodali ji za 22 USD na konci roku a získali jsme dividendu ve výši 1 USD.
- 15%

Příklad

- Předpokládejme, že se rozhodujeme mezi investiční příležitostí A a B, přičemž akcie A je cyklická akcie a akcie B je akcie anticyklická.
- prognózované výnosy - pravděpodobnosti

Příklad

- Investice A (10) Investice B

R_A	P_A	R_B	vývoj
5	20	20	Recese
7	30	8	Pomalý
13	30	8	Průměrný
15	20	6	Expanze

Poptávka po investičních instrumentech

- **3. Riziko** - negativní závislost
 - pravděpodobnost nedosažení očekávaného výnosu
 - **měření**
 - rozptyl, směrodatná odchylka

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N (r_i - E(r))^2 p_i$$

- Příklad (3,9), (5,1)

Poptávka po investičních instrumentech

Typy rizika

- úrokové - inverzně
- tržní - fluktuace trhu, akcie
- inflační – záporný výnos
- podnikatelské - odvětví
- finanční - kapitál

- jedinečné (firma) – diverzifikovatelné (4,5)
- systematické (ekonomika) – nelze snížit diverzifikací (1,2,3)

Poptávka po investičních instrumentech

- **4. Likvidita** - pozitivní závislost
 - měření
 - výše transakčních nákladů na přeměnu investičního instrumentu na disponibilní hotovostní nebo bezhotovostní prostředky
 - finanční instrumenty: 1-2 procenta
 - nefinanční instrumenty: 5-25 procent
 - zvýšení
 - Going public
 - Forma akcií
 - Nominální hodnota
 - Kotace

Dividendové diskontní modely

- Konečná doba držby

$$VH = \frac{D_1}{(1+K_e)} + \frac{D_2}{(1+K_e)^2} + \frac{D_3}{(1+K_e)^3} + \dots + \frac{D_n + P_n}{(1+K_e)^n}$$

$$VH = \frac{D_0 \cdot (1+g)}{(1+K_e)} + \frac{D_0 \cdot (1+g)^2}{(1+K_e)^2} + \frac{D_0 \cdot (1+g)^3}{(1+K_e)^3} + \dots + \frac{D_0 \cdot (1+g)^n}{(1+K_e)^n} + \frac{P_n}{(1+K_e)^n}$$

- Nekonečná doba držby

$$VH = \frac{D_1}{K_e - g}$$

Příklad

- Stanovení vnitřní hodnoty akciové společnosti Zermatt Bank AG.
- Očekáváme dividendy na konci prvního roku (D_1) ve výši 3,38 USD.
- Požadovaná výnosová míra (K_e) je 12 %
- Prognózuujeme očekávanou růstovou míru dividend ve výši 8 %. (= 84,50)

- Určit míru růstu dividend společnosti, která právě vyplatila dividendu ve výši 20\$.
- Společnost vykazovala v minulých letech konstantní růst dividend.
- Dividenda před pěti lety činila 14,94\$
- 6%

- Vypočítat vnitřní hodnotu akcie společnosti za 4 roky
- společnost vyplácí běžnou dividendu 25 Kč
- investoři požadují z výnosovou míru 14%
- Míra růstu dividend 8%

- 612,22

- Akciová společnost vyplatí v příštím roce dividendu 50 Kč
- Současná cena akcie na burze je 750
- Akcie je správně oceněna
- Požadovaná výnosová míra je 15%
- Určit míru růstu dividend

- 8,33%

- Zjistit vnitřní hodnotu akcie
- Požadovaná výnosová míra 16%
- Analytici doporučují nyní koupit a za 3 roky prodat za prognozovaný kurz 2000 Kč
- Společnost vyplatila dividendu 120 Kč
- Odhad míry růstu dividend je 6%
- Jestliže akcie byla nakoupena za 1500, byla to výhodná investice? 1582,74

- Dividendy společnosti rostly konstantním tempem 5% ročně
- Analytici předpokládají, že se udrží
- Dále předpokládají, že se za 6 let bude obchodovat za cenu kolem 500\$
- V letošním roce společnost vyplatila dividendu 50\$ na akcii.
- Určete požadovanou výnosovou míru (19,07%)