



FINANČNÍ MATEMATIKA 1BP310

WWW.VSE.CZ

PŘEDNÁŠEJÍCÍ:
Jarmila Radová



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Kontakt

- Radová
 - Tel: 224 095 102
 - E-mail: radova@vse.cz
 - Místnost 180 NB, online
 - Konzultace
 - Po 11:00 - 12:30

Spojité úročení

- Jedná se o situaci, kdy délka jednoho úrokového období se blíží k nule,
- Proto četnost připisování úroku za 1 rok se přibližuje k nekonečnu
- Spojité úročení – pro analytické účely, ohodnocování strukturovaných produktů, finančních derivátů

- Stav kapitálu při spojitém úročení:

$$\begin{aligned}
 K_n &= \lim_{m \rightarrow \infty} K_0 \cdot (1 + i/m)^{m \cdot n} \\
 &= K_0 \lim_{m \rightarrow \infty} [(1 + i/m)^{(m \cdot i/i)n}] \\
 &= K_0 \lim_{m \rightarrow \infty} [(1 + i/m)^{(m/i)}]^{(i \cdot n)}
 \end{aligned}$$

Substituce $i/m = x$, protože $m \rightarrow \infty$, pak $x \rightarrow 0$ a $m/i = 1/x \rightarrow \infty$

Je známo, že $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$,

kde e je Eulerovo číslo ($e = 2,718\dots$), potom

$$K_n = K_0 \cdot e^{i \cdot n}$$

Efektivní úroková sazba

- Efektivní úroková sazba porovnává dvě (a více) různé nominální úrokové míry, které jsou poměřovány za stejné období (např. roční), avšak různou četností připisování úroků.
- Dává stejnou budoucí hodnotu při ročním úrokovém období za 1 rok jako roční úroková sazba s vyšší četností připisování úroků za 1 rok

Odvození

- Necht'

K_0 je současná hodnota kapitálu

i_e je hledaná efektivní úroková míra

i je roční úroková sazba

m je četnost připsování úroků za 1 rok při úrokové sazbě i

- Vycházíme z definice efektivní úrokové sazby, platí tedy $K_0 \cdot (1 + i_e) = K_0 \cdot (1 + i/m)^m$

Úpravou dostaneme:

$$i_e = (1 + i/m)^m - 1$$

Úroková intenzita

- Efektivní úroková sazba pro případ spojitého úročení - nazývá se úroková intenzita
- Z definice musí platit:

$$K_0 \cdot (1 + i_e) = K_0 \cdot e^i$$

Úpravou opět dostaneme:

$$i_e = e^i - 1$$

Kde e je Eulerovo číslo

- **Příklad:**

Jaká bude efektivní úroková sazba, když částka 1 Kč byla uložena při úrokové sazbě 8% p.a.a úroky jsou připisovány:

- a) ročně,
- b) pololetně,
- c) čtvrtletně,
- d) měsíčně,
- e) týdně,
- f) každou hodinu,
- g) každou minutu,
- h) každou sekundu,
- i) spojitě = každý nekonečně malý okamžik

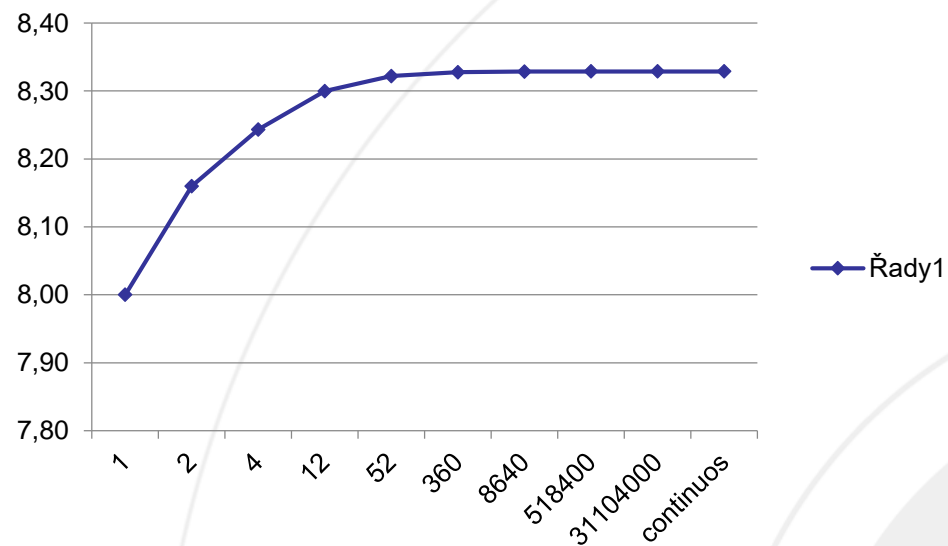
B7 : ✕ ✓ fx =EFFECT(E\$1;A7)

	A	B	C	D	E
1			v %		0,08
2	1	0,08	8,00		
3	2	0,0816	8,16		
4	4	0,082432	8,24		
5	12	0,083	8,30		
6	52	0,08322	8,32		
7	360	0,083277	8,33		
8	8640	0,083287	8,33		
9	518400	0,083287	8,33		
0	31104000	0,083287	8,33		
1	1000000000	0,083287	8,33		

Grafické znázornění

závislost efektivní úrokové sazby na četnosti úročení

1	8,00
2	8,16
4	8,24
12	8,30
52	8,32
360	8,33
8640	8,33
518400	8,33
31104000	8,33
continuos	8,33



Zdroj: Autor

Příklad:

- Chcete si uložit peníze a máte možnost zvolit si ze dvou bank:
 - banka A nabízí úrokovou sazbu 7,1 % p.a. s denním připisováním úroků,
 - banka B nabízí úrokovou sazbu 6,9 % p.a. s půlročním úročením

Příklad:

Jak vysoká musí být roční úroková sazba při spojitém úročení, aby byla stejně výhodná pro vkladatele jako úroková sazba 7,5 % p.a. s pololetním úrokovacím obdobím?

Řešení:

$$e^{i_s} - 1 = (1 + 0,075/2)^2 - 1$$
$$i_s = 0,07363$$

Hrubá a čistá úroková míra

- Doposud jsme nebrali v úvahu zdanění
- Úroky (úrokové příjmy) obvykle podléhají zdanění, úrok před zdanění je hrubý výnos, po zdanění je čistý výnos
- Sazby zdanění mohou být rozdílné pro různé subjekty
- Necht' *tax* je daňová sazba z úrokových příjmů, označení ostatních veličin je nezměněné

Čisté budoucí hodnoty

Jednoduché úročení

$$K_{t\check{c}} = K_0 \cdot (1 + (1 - tax) \cdot i \cdot t)$$

Složené úročení

$$K_{n\check{c}} = K_0 \cdot (1 + (1 - tax) \cdot i)^n$$

nebo $K_{n\check{c}} = K_0 \cdot (1 + (1 - tax) \cdot i/m)^{m \cdot n}$

Smíšené úročení

$$K_{n\check{c}} = K_0 \cdot (1 + (1 - tax) \cdot i)^{[n]} \cdot \{1 + (n - [n]) \cdot (1 - tax) \cdot i\}$$

Příklad

Rozhodněte, která varianta uložení 10 000 Kč na jeden rok bude výhodnější:

- a) Uložení na 1 rok s úrokovou mírou 2,1% p.a. a měsíčním připisováním úroků.
- b) Uložení na 5 měsíců s úrokovou mírou 2% p.a. a následně na 7 měsíců s úrokovou mírou 1,5% p.a.
- c) Poskytnutí úvěru na bázi polhůtního úročení se sazbou 2,2% p.a.

Příklad

Jaký byl počáteční kapitál a úroková sazba, při které byl uložen, pokud víme, že po roce byl jeho stav 80 000 Kč a po 3 letech 105 000 Kč při ročním úrokovém období. Úroky jsou připisovány ke vkladu a dále úročeny spolu s ním stejnou sazbou.

Příklad

Dnes jste prodali směnku se jmenovitou hodnotou 500 tis. Kč, se zbývajcí splatností 9 měsíců a diskontní mírou 3,5 % p.a.

Získané peníze jste částečně uložili na dvouletý termínovaný vklad se složeným polhůtním úročením a sazbou 2 % p.a., částečně jste nakoupili pokladniční poukázku se splatností za 5 měsíců při tržní úrokové sazbě 1,7 % p.a. Nominální hodnota poukázky je 250 tis. Kč., její cena se určuje na bázi jednoduchého polhůtního úročení.

Po vyplacení pokladniční poukázky uložíte tyto peníze na spořicí účet se smíšeným úročením a úrokovou sazbou 1,1 % p.a.

Kolik peněžních prostředků budete mít k dispozici za 24 měsíců (ode dneška)?



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Toto dílo podléhá licenci Creative Commons
Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.

