

Forwardové úrokové sazby (ytm) a forwardový měnový kurz

Jaroslav Brada



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Definice ytm a RRR

Terminologická poznámka I:

Klasický vzorec pro výpočet čisté současné hodnoty (NPV):

$$NPV = \sum_{t=1}^N \frac{S_t}{(1+r)^t}$$

Známe

$NPV, S_1, S_2, \dots, S_N$ a hledáme r r se nazývá YTM

r, S_1, S_2, \dots, S_N a hledáme NPV r se nazývá RRR

Úroková sazba (= YTM z investice do bankovních vkladů)

Definice ytm a RRR

Terminologická poznámka II:

Klasický vzorec pro výpočet čisté současné hodnoty je modifikován variantními požadovanými výnosy do doby splatnosti:

$$NPV_1 = \sum_{t=1}^N \frac{S_t}{(1 + r_t)^t}$$

Známe

$r_1, r_2, \dots, r_N, S_1, S_2, \dots, S_N$ a hledáme NPV
pak jednotlivá r_t se nazývají RRR_t .

Hledání YTM v rovnici nemá pochopitelně smysl.

Použití vzorců NPV pro oceňování

Pamatujte:

Vzorce pro čistou současnou hodnotu v sobě obsahují jak informace o míře výnosnosti alternativní investiční příležitosti, tak i o způsobu fungování alternativní investiční příležitosti

Použití vzorců NPV pro oceňování

Příklad nestandardního vzorce pro výpočet čisté současné hodnoty:

Klasický vzorec pro výpočet čisté současné hodnoty je modifikován „nestandardní alternativní investiční příležitostí“:

$$NPV_2 = \sum_{t=1}^N \frac{S_t}{\prod_{k=1}^t (1 + e_{kk})}$$

Známe

$r_1, r_2, \dots, r_N, S_1, S_2, \dots, S_N$ a hledáme NPV r_t ; se nazývají RRR_t

Časová struktura úrokových měr

Časová struktura úrokových měr (sazeb, ytm) je soustava teorií, které vysvětlují, jak souvisejí dnešní (dlouhodobé) úrokové míry (sazby, ytm) s budoucími (krátkodobými) úrokovými mírami (sazbami, ytm).

Použití teorie:

Pro potřeby oceňování variabilní úročených dluhových instrumentů, IRS, i pro oceňování strukturovaných produktů má význam výhradně **Hypotéza očekávání** (angl. Expectation hypothesis),

Časová struktura úrokových měr

Výnosová křivka je graf, který zachycuje vztah mezi *ročním výnosem do doby splatnosti* a zbytkovou splatností (angl. maturity) u obligací (resp. termínových vkladů) stejného emitenta.

Odvození hypotézy očekávání

Předpokládejme že fungujeme v modelové ekonomice, kde lze investovat výhradně formou termínových vkladů, a že v ekonomice jsou nyní (k 1.1. letošního roku) k dispozici informace o možném zhodnocení termínových vkladů v bance (tj. informace úrokových sazbách (= ytm) z bankovních vkladů) takto:

1 rok 11 % p.a., 2 roky 12 % p.a., 3 roky 13 % p.a.
a 4 roky 14 % p.a.

Odvození hypotézy očekávání

Zavedme značení:

$e_{k,k}$ je označení pro úrokovou sazbu, která bude v bance na počátku k -tého roku a bude trvat do konce k -tého roku (např. $e_{3,4}$ je označení pro úrokovou sazbu z bankovních termínových vkladů, které budou v ekonomice od počátku 3 roku do konce 4 roku).

Úkol:

Určete částku, za jakou byste dnes (tj. 1.1. tohoto roku R) nejvýše koupili dluhopis, který Vám 1.1. roku $R+1$ vyplatí částku 1000 Kč a 1.1. roku $R+4$ vyplatí částku ve výši $3000(1 + e_{3,4})^2$ Kč.

Odvození hypotézy očekávání

První způsob zjištění potenciální ceny obsahuje neznámou ($e_{3,4}$)

$$NPV_A(e_{3,4}) = \frac{1000 \text{ Kč}}{(1+11\%)^1} + \frac{0}{(1+12\%)^2} + \frac{0}{(1+13\%)^3} + \frac{3000(1+e_{3,4})^2 \text{ Kč}}{(1+14\%)^4}$$

Druhý způsob zjištění potenciální ceny neznámou neobsahuje

$$NPV_B = \frac{1000 \text{ Kč}}{(1+11\%)^1} + \frac{3000 \text{ Kč}}{(1+12\%)^2}$$

Je zřejmé, že dva postupy výpočtu jsou ekvivalentní, tj. triviálně platí, že $NPV_A(e_{3,4}) = NPV_B$.

Odvození hypotézy očekávání

Z rovnosti $NPV_A(e_{3,4}) = NPV_B$. A odtud můžeme vhodným uspořádáním výsledku výpočtu tento vztah, ze kterého lze hledanou neznámou lehce vypočítat:

$$(1 + 14\%)^4 = (1 + 12\%)^2 (1 + e_{3,4})^2$$

Shora uvedený postup lze zobecnit a jeho výsledkem je tzv. hypotéza očekávání.

Hypotéza očekávání

Míra výnosnosti jedné dlouhodobé investice trvající N-let je stejná jako míra na sebe navazujících krátkodobých investic trvajících dohromady N-let.

Použití hypotézy očekávání:

Odhad úrokových sazeb (ytm) v budoucnu na základě dnes známých výnosových křivek příslušných investičních nástrojů (včetně termínových vkladů) – tj. odhad tzv. forwardových úrokových sazeb (ytm).

Časová struktura úrokových měr

HYPOTÉZA OČEKÁVÁNÍ – v ekonomické teorii

PŘEDPOKLAD: Obligace (bankovní vklady) s různou dobou splatnosti (termínové vklady s různou dobou splatnosti) jsou ***substituty***.

TVRZENÍ: Současný výnos do doby splatnosti p.a. z dlouhodobých obligací (vkladů) je tvořen průměrem budoucích krátkodobých výnosů do doby splatnosti p.a..

Odvození forwardových měnových kurzů

Předpokládejme že fungujeme v modelové ekonomice, kde lze investovat výhradně formou termínových vkladů, a že v ekonomice jsou nyní (k 1.1. letošního roku) k dispozici informace o možném zhodnocení termínových vkladů v bance (tj. informace úrokových sazbách (= ytm) z bankovních vkladů v CZK takto: 1 rok 11 % p.a., 2 roky 12 % p.a.

a v EUR takto: 1 roky 21 % p.a. a 2 roky 22 % p.a.

Předpokládejme, že spotový měnový kurz dnes ($SK_{1.1.R}$) je 25 Kč/1 EUR.

Odvození forwardových měnových kurzů

Úkol: Určete, za jakou částku v CZK byste dnes (1.1. roku R) nejvýše koupili dluhopis, který vám na počátku třetího roku ode dneška (tj. 1.1. roku R+2) vyplatí částku 200 EUR

První postup výpočtu obsahuje neznámou velikost měnového kurzu $FK_{1.1.R+2}$ v budoucnu:

$$NPV_{A\ CZK} \left(FK_{1.1.R+2} \left[\frac{x\ CZK}{EUR} \right] \right) = \frac{200\ EUR\ FK_{1.1.R+2} \left[\frac{x\ CZK}{EUR} \right]}{(1+12\%_{CZK})^2}$$

Druhý postup výpočtu obsahuje pouze známou velikost spotového měnového kurzu k 1.1. letošního roku ($SK_{1.1.R}$):

$$NPV_{B\ CZK} = \frac{200\ EUR \cdot SK_{1.1.R} \left[\frac{x\ CZK}{EUR} \right]}{(1+22\%_{EUR})^2}$$

Odvození forwardových měnových kurzů

Je zřejmé, že dva postupy výpočtu jsou ekvivalentní, tj. triviálně platí, že $NPV_{A CZK}(FK_{1.1.R+2}) = NPV_{B CZK}$

$$FK_{1.1.R+2} \left[\frac{x CZK}{EUR} \right] = \frac{(1+12\%_{CZK})^2}{(1+22\%_{EUR})^2} SK_{1.1.R} \left[\frac{x CZK}{EUR} \right]$$

Mnemotechnická pomůcka:

Všimněte si jednotného označení měn u čítelů i jmenovatelů.

Použití FW úrokových sazeb (ytm) a FW měnových kurzů

Odhadnuté forwardové úrokové sazby (ytm) a odhadnuté forwardové měnové kurzy se používají v praxi při:

Odhad dnešní tržní ceny (= oceňování) úrokových a měnových derivátů v ekonomické praxi, včetně oceňování tzv. vestavěných derivátů (vestavěných opcí) a při oceňování tzv. strukturovaných produktů, jejichž (budoucí) výnosnost závisí na dnes neznámých úrokových sazbách (ytm) či dnes neznámých měnových kurzech. (Včetně oceňování produktů ve kterých jsou intergrovány tzv. maržové obchody.)

Fisherova rovnice

*nominální úrok. míra = reálná úrok. míra +
očekávaná míra inflace*

Využitím Fisherovy rovnice lze predikovat očekávanou míru inflace v ekonomice. (Typicky očekáváme „neměnné reálné úrokové míry“.)