

DERIVACE A PRŮBĚH FUNKCE



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Toto dílo podléhá licenci Creative Commons
Uveďte původ - Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.



$$y = f(x)$$

První derivace

$f' > 0$ f rostoucí

$f' < 0$ f klesající

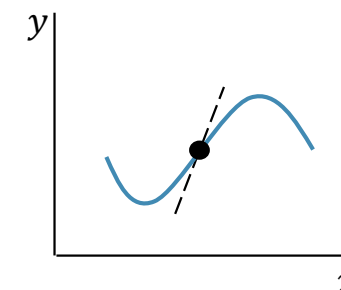
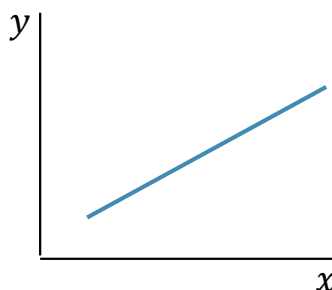
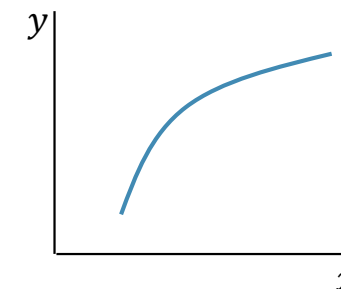
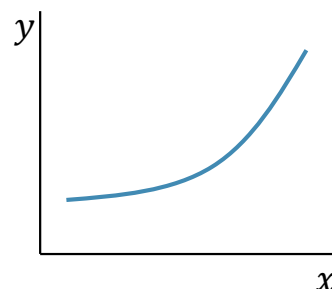
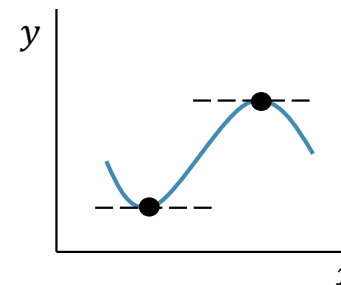
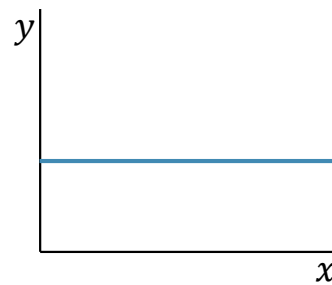
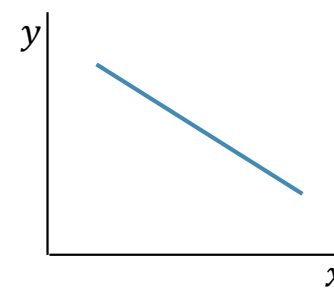
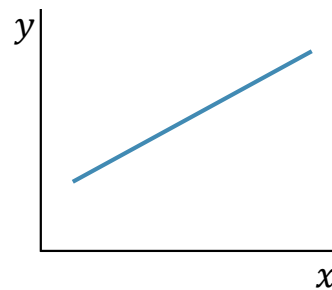
$f' = 0$ f ani rostoucí ani klesající

Druhá derivace

$f'' > 0$ f ryze konvexní f' rostoucí

$f'' < 0$ f ryze konkávní f' klesající

$f'' = 0$ f ani ryze konkávní,
 ani ryze konvexní f' ani rostoucí
 ani klesající



$$y = f(x)$$

První derivace

$$f' > 0 \quad f \text{ rostoucí}$$

$$f' < 0 \quad f \text{ klesající}$$

$$f' = 0 \quad f \text{ ani rostoucí ani klesající}$$

Druhá derivace

$$f'' > 0 \quad f \text{ ryze konvexní} \quad f' \text{ rostoucí}$$

$$f'' < 0 \quad f \text{ ryze konkávní} \quad f' \text{ klesající}$$

$$f'' = 0 \quad f \text{ ani ryze konkávní,} \quad f' \text{ ani rostoucí}$$

$$\text{ani ryze konvexní} \quad \text{ani klesající}$$

$$\text{Produkční funkce} \quad Q = F(L)$$

První derivace

$$F' = MP_L > 0 \quad F \text{ rostoucí}$$

$$F' = MP_L < 0 \quad F \text{ klesající}$$

$$F' = MP_L = 0 \quad F \text{ ani rostoucí ani klesající}$$

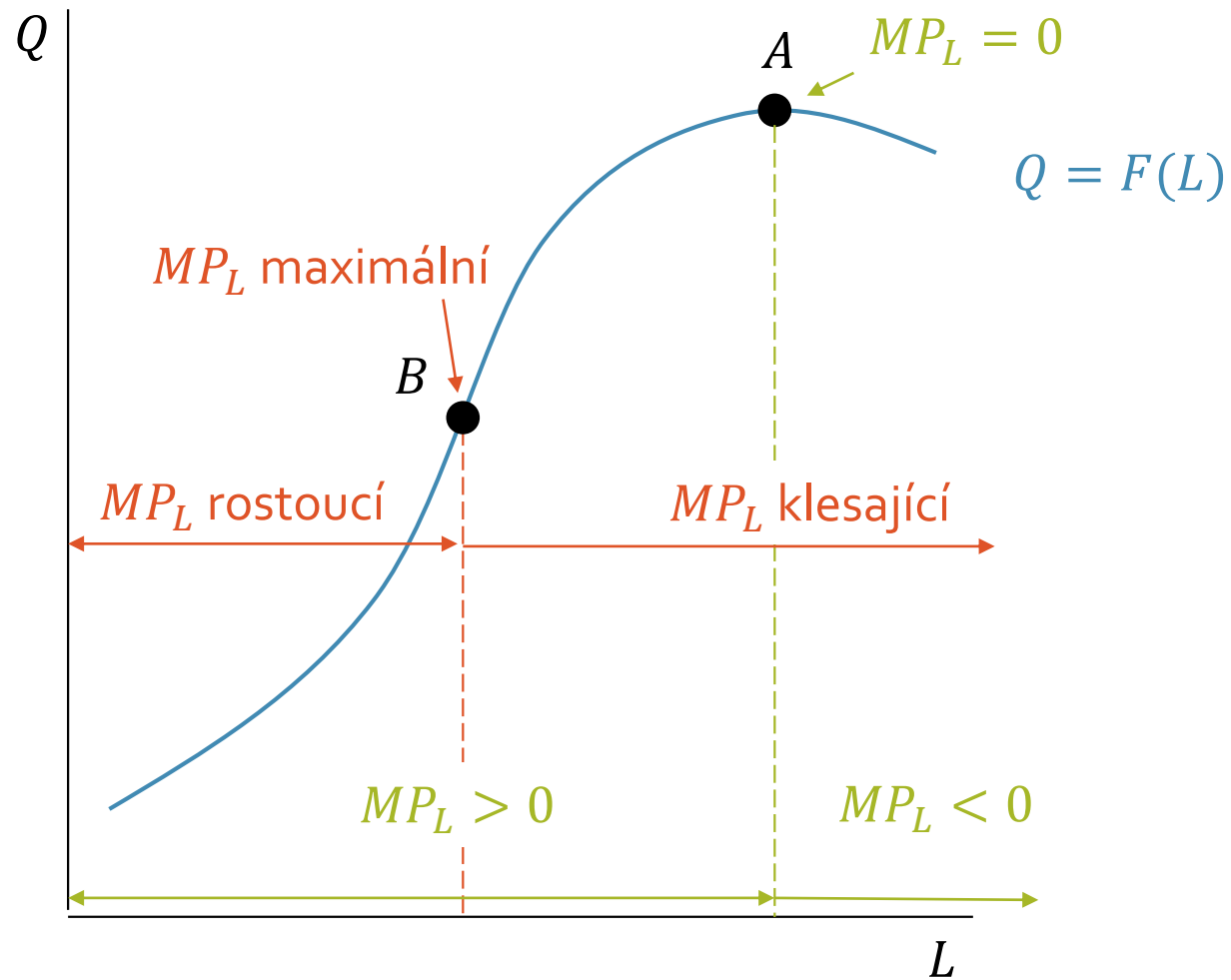
Druhá derivace

$$F'' = MP_L' > 0 \quad F \text{ ryze konvexní} \quad MP_L \text{ rostoucí}$$

$$F'' = MP_L' < 0 \quad F \text{ ryze konkávní} \quad MP_L \text{ klesající}$$

$$F'' = MP_L' = 0 \quad F \text{ ani ryze konkávní,} \quad MP_L \text{ ani rostoucí}$$

$$\text{ani ryze konvexní} \quad \text{ani klesající}$$



$$y = f(x)$$

První derivace

$$f' > 0 \quad f \text{ rostoucí}$$

$$f' < 0 \quad f \text{ klesající}$$

$$f' = 0 \quad f \text{ ani rostoucí ani klesající}$$

Druhá derivace

$$f'' > 0 \quad f \text{ ryze konvexní} \quad f' \text{ rostoucí}$$

$$f'' < 0 \quad f \text{ ryze konkávní} \quad f' \text{ klesající}$$

$$f'' = 0 \quad f \text{ ani ryze konkávní,} \quad f' \text{ ani rostoucí}$$

$$\text{ani ryze konvexní} \quad \text{ani klesající}$$

$$\text{Nákladová funkce } TC = C(Q)$$

První derivace

$$C' = MC > 0 \quad C \text{ rostoucí}$$

$$C' = MC < 0 \quad C \text{ klesající}$$

$$C' = MC = 0 \quad C \text{ ani rostoucí ani klesající}$$

Druhá derivace

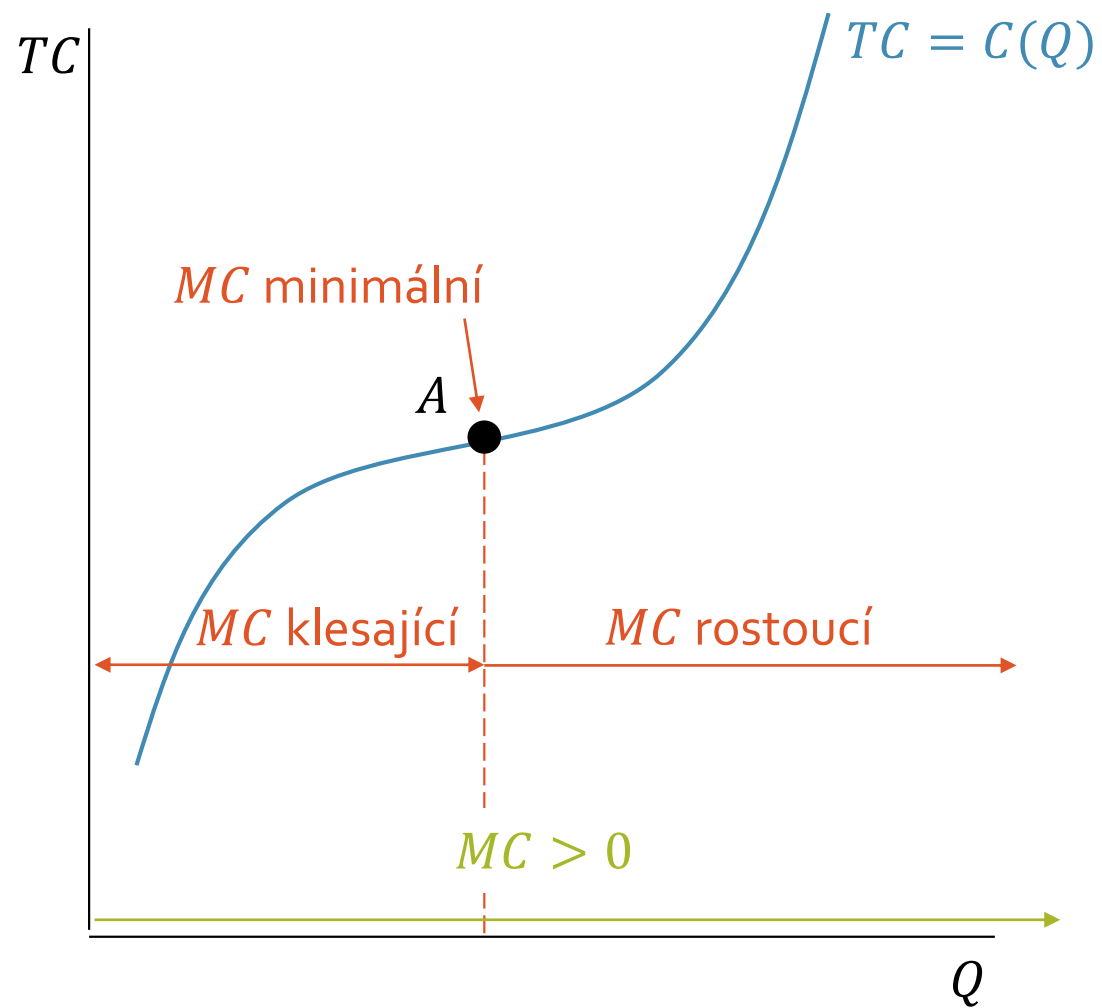
$$C'' = MC' > 0 \quad C \text{ ryze konvexní} \quad MC \text{ rostoucí}$$

$$C'' = MC' < 0 \quad C \text{ ryze konkávní} \quad MC \text{ klesající}$$

$$C'' = MC' = 0 \quad C \text{ ani ryze konkávní,} \quad MC \text{ ani rostoucí}$$

$$\text{ani ryze konvexní} \quad \text{ani klesající}$$

$$y = f(x)$$



$$y = f(x)$$

První derivace

$$f' > 0 \quad f \text{ rostoucí}$$

$$f' < 0 \quad f \text{ klesající}$$

$$f' = 0 \quad f \text{ ani rostoucí ani klesající}$$

Druhá derivace

$$f'' > 0 \quad f \text{ ryze konvexní} \quad f' \text{ rostoucí}$$

$$f'' < 0 \quad f \text{ ryze konkávní} \quad f' \text{ klesající}$$

$$f'' = 0 \quad f \text{ ani ryze konkávní,} \quad f' \text{ ani rostoucí} \\ \text{ani ryze konvexní} \quad \text{ani klesající}$$

Celkové příjmy

$$TR = R(Q)$$

První derivace

$$R' = MR > 0$$

$$R' = MR < 0$$

$$R' = MR = 0$$

R rostoucí

R klesající

R ani rostoucí ani klesající

Druhá derivace

$$R'' = MR' > 0$$

$$R'' = MR' < 0$$

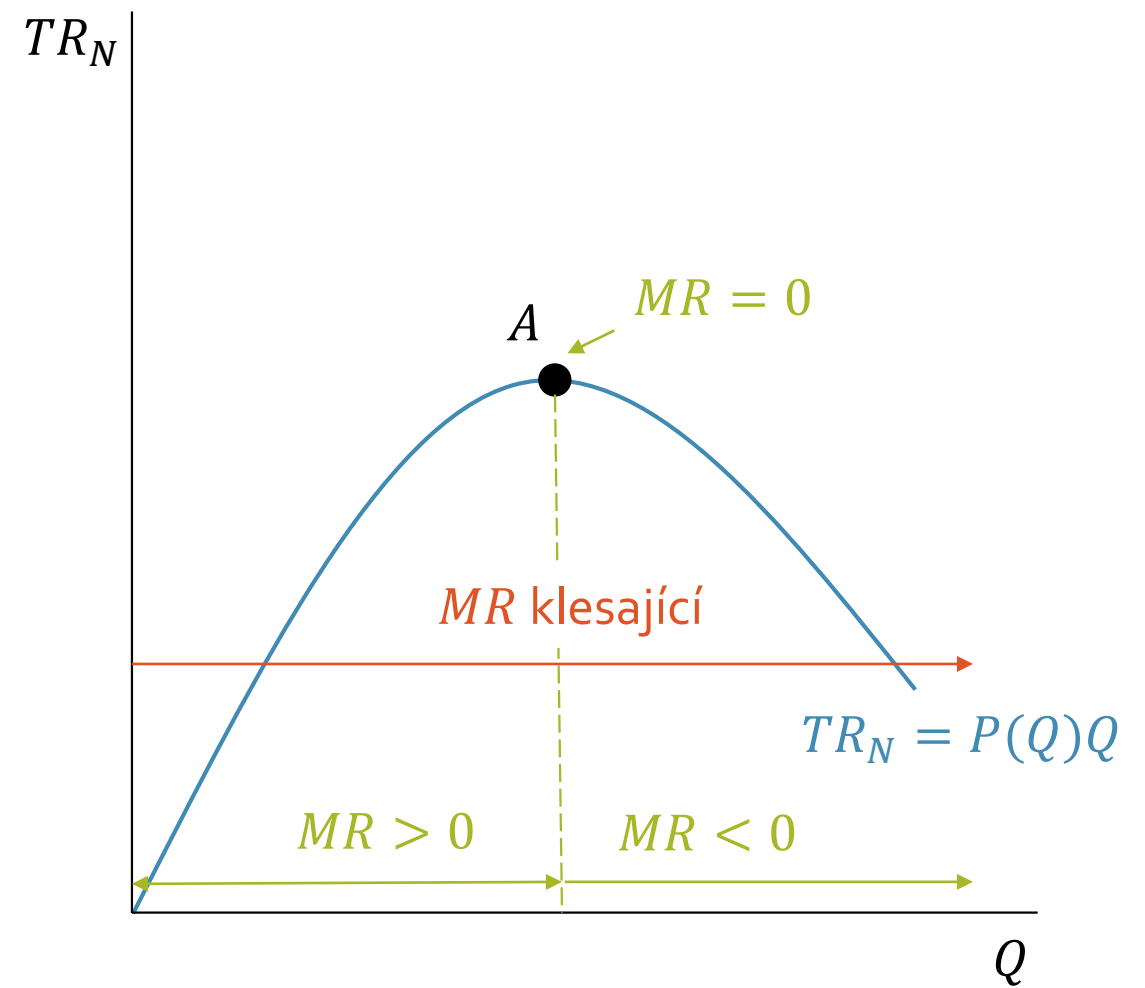
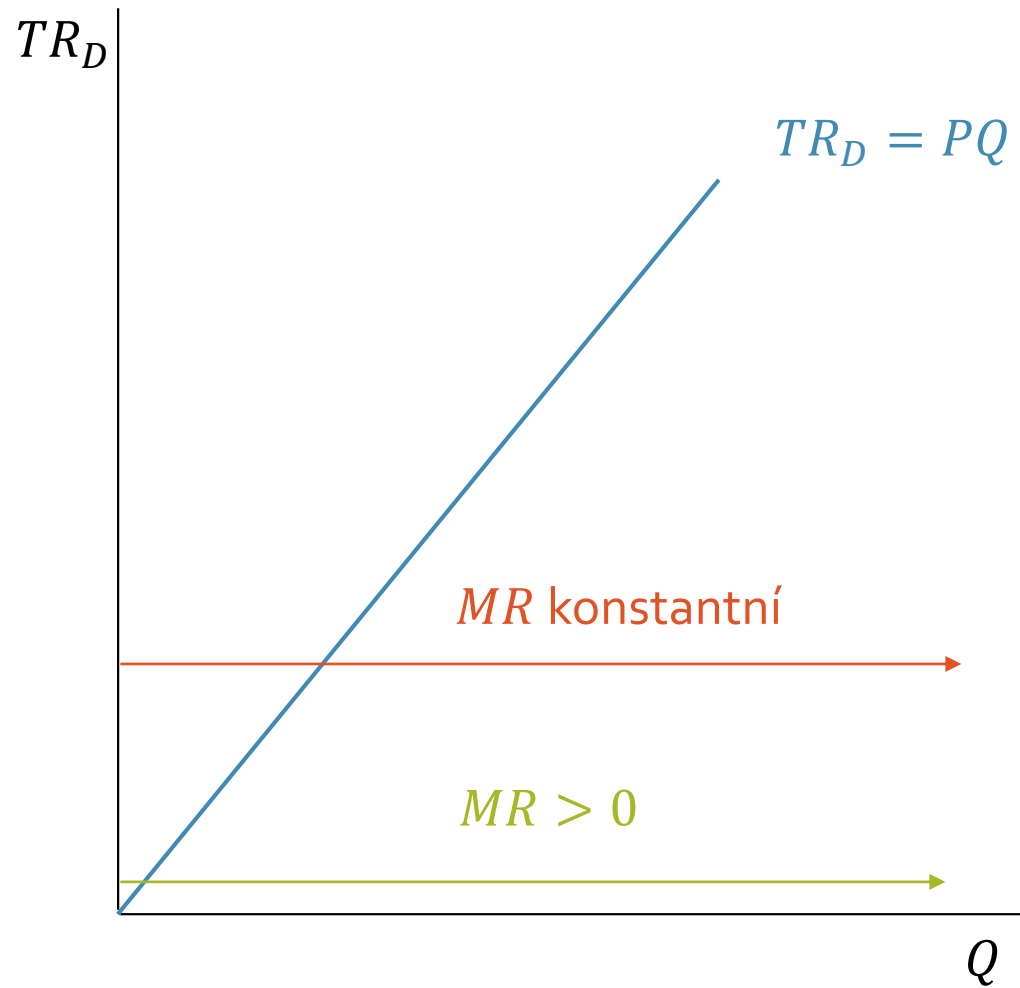
$$R'' = MR' = 0$$

R ryze konvexní MR rostoucí

R ryze konkávní MR klesající

R ani ryze konkávní, MR ani rostoucí
ani ryze konvexní ani klesající

$$y = f(x)$$



$$y = f(x)$$

Podmínka prvního řádu

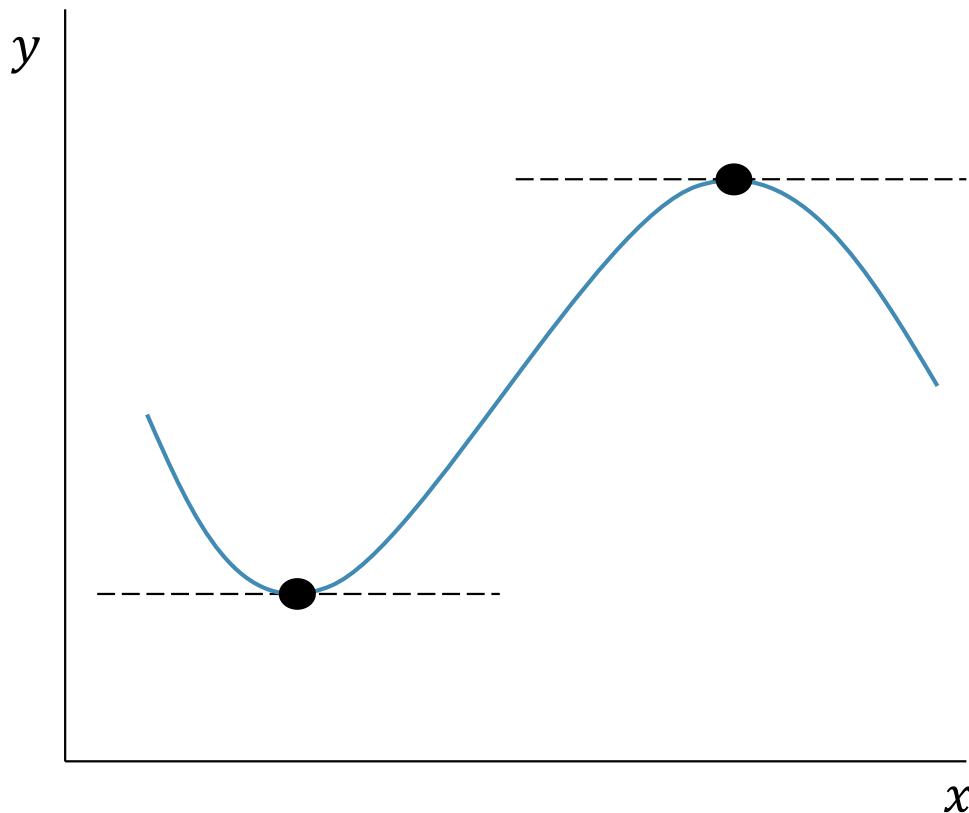
$$f' = 0$$

Podmínka druhého řádu

Nechť je podmínka prvního řádu splněna v bodě x^*

Jestliže $f''(x^*) > 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální minimum**

Jestliže $f''(x^*) < 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální maximum**



$$y = f(x)$$

Podmínka prvního řádu

$$f' = 0$$

Podmínka druhého řádu

Nechť je podmínka prvního řádu splněna v bodě x^*

Jestliže $f''(x^*) > 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální minimum**

Jestliže $f''(x^*) < 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální maximum**

$$\text{Zisk } \pi = TR - TC$$

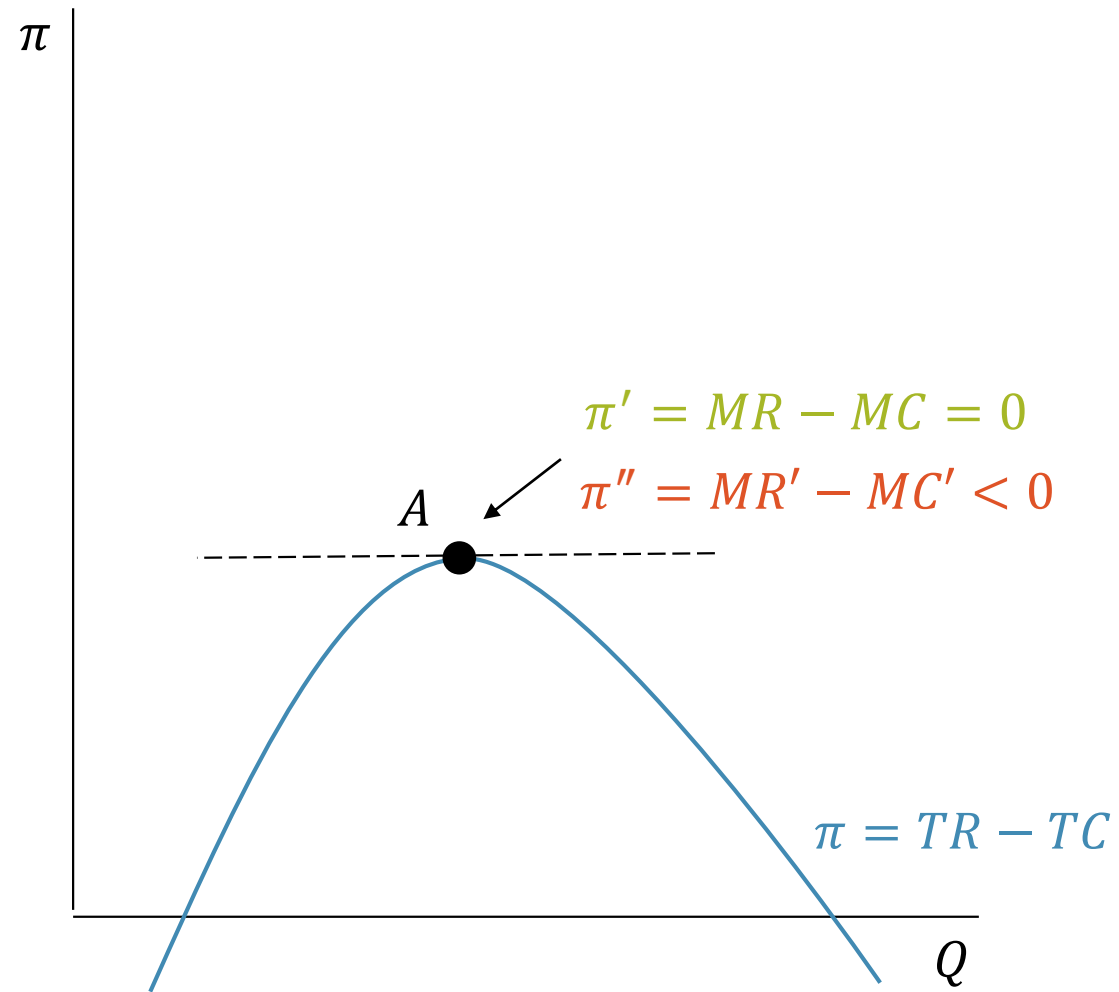
Podmínka prvního řádu

$$\begin{aligned} \pi' = TR' - TC' = \\ = MR - MC = 0 \end{aligned}$$

Podmínka druhého řádu

$$\begin{aligned} \pi'' = TR'' - TC'' = \\ = MR' - MC' < 0 \end{aligned}$$





$$y = f(x)$$

Podmínka prvního řádu

$$f' = 0$$

Podmínka druhého řádu

Nechť je podmínka prvního řádu splněna v bodě x^*

Jestliže $f''(x^*) > 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální minimum**

Jestliže $f''(x^*) < 0$, potom $f(x^*)$ je **lokální maximum**

Průměrné náklady $AC = TC/Q$

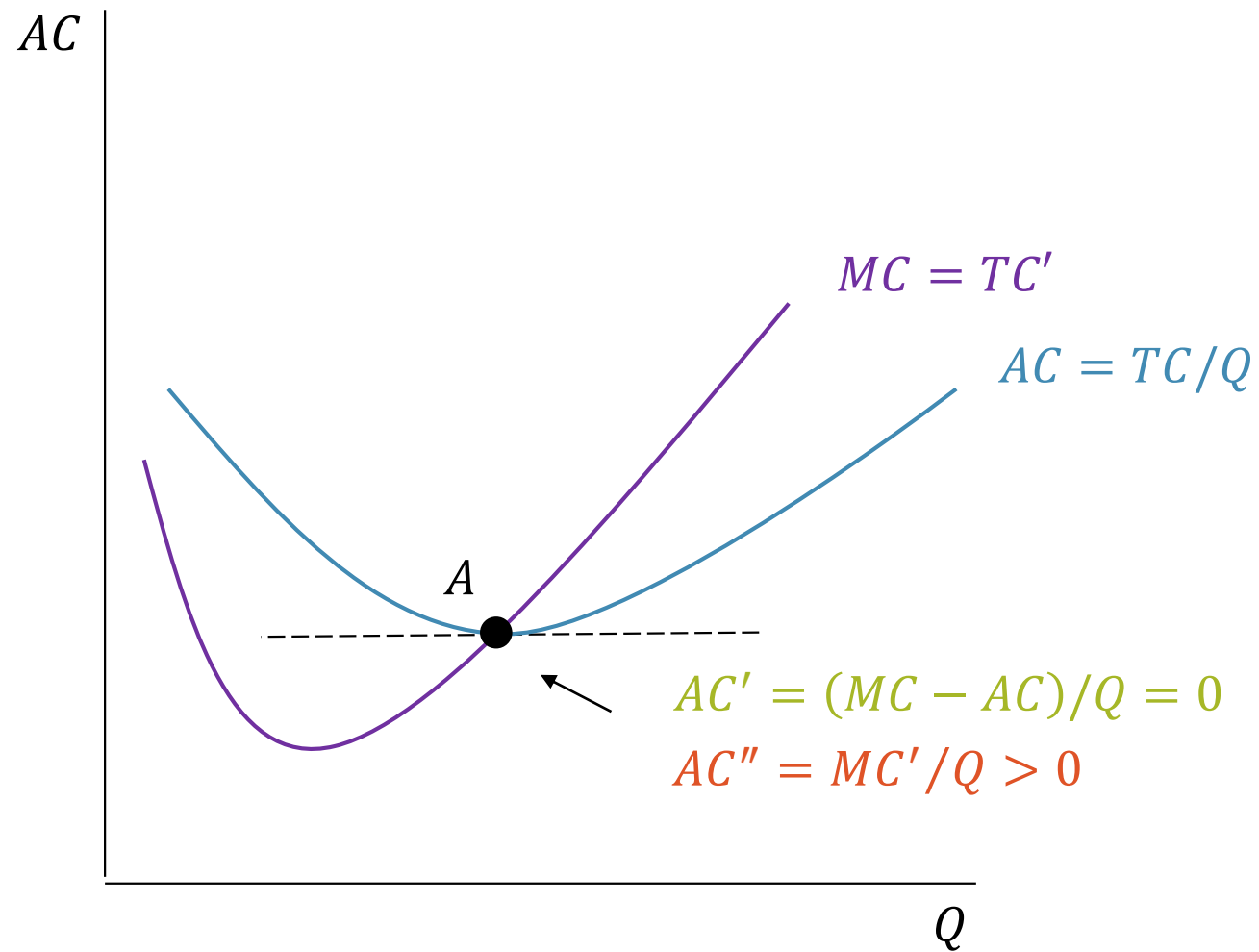
Podmínka prvního řádu

$$\begin{aligned} AC' &= \frac{TC'}{Q} - \frac{TC}{Q^2} = \\ &= \frac{MC - AC}{Q} = 0 \end{aligned}$$

Podmínka druhého řádu

$$\begin{aligned} AC'' &= \frac{MC' - AC'}{Q} - \frac{MC - AC}{Q^2} = \\ &= \frac{MC'}{Q} > 0 \end{aligned}$$





Shrnutí

- Ukázali jsme, jak
 - vyšetřit **průběh funkce**
 - určit **lokální minimum a maximum**
- Využití při analýze **produkce, nákladů, příjmů a zisku**

