AKM 1
5EN306
Časové řady II

Martin Janíčko

26/10/2017

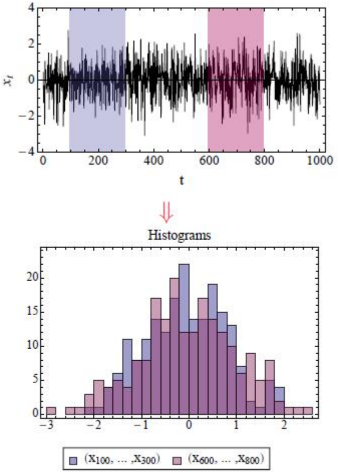
Struktura prezentace

Stacionarita vs. nestacionarita I

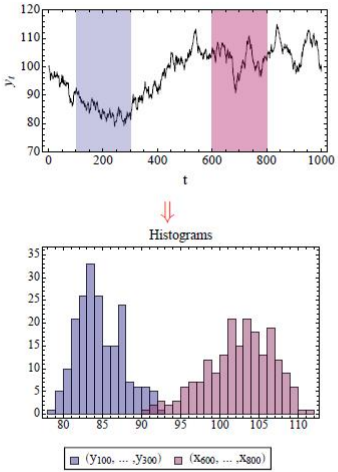
- Stochastický proces $x_t : t = 1, 2, ..., n$ je stacionární, jestliže sdružené rozdělení psti je stejné pro $(x_1, x_2, ..., x_n)$ jako u $(x_{1+h}, x_{2+h}, ..., x_{n+h}) \forall h \geq 1$.
- U nestacionárních ČŘ se mění jejich průměr v průběhu času.

Stacionarita vs. nestacionarita II

- Fce hustoty psti (PDF) je nebo není stabilní.



Stacionarita vs. nestacionarita III

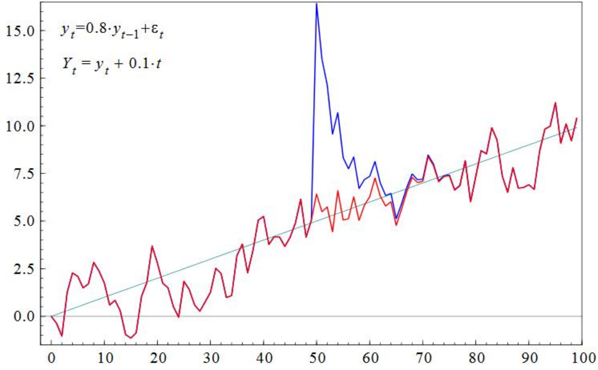


Stacionarita vs. nestacionarita IV

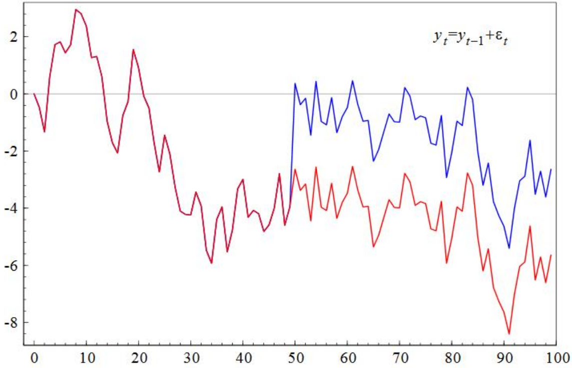
- K problému deterministického trendu se přidává i problém tzv. jednotkového kořene (*unit root*).
- Ř., že ČŘ má tzv. *drift* a jedná se také o tzv. stochastický trend.
- Integrovaný proces je tk. nestacionární proces, kt. lze diferenciací určitého řádu převést na proces stacionární. $y_t = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_{t-i} + \epsilon_t + y_0$
- Proces y_t, kt. obsahuje stochastický trend nazveme integrovaným řádu d, tedy *I(d)*.
- Pokud je proces y_t kovariančně nestacionární, ř., že po d diferencích v $\Delta^d y_t$ bude tzv. kovariančně stacionární $I(0)$.

Stacionarita vs. nestacionarita V

- Nejčastěji stačí provést jednu diferenciaci, abychom dovedli proces ke stacionaritě.
- Rozdíl mezi šokem do deterministického trendu a jednotkového kořene:



Stacionarita vs. nestacionarita VI



Stacionarita vs. nestacionarita VII

- Předpokládejme AR(1) model s jednotkovým kořenem, $\beta = 1$. Pl., že $y_t = y_{t-1} + \delta + \epsilon_t \forall t = 1, 2, ..., T$, kde $\delta y_t = \sigma + \epsilon_t$ a y_0 je počáteční hodnota.
- Zavedeme operátor zpoždění L , a bude pl., že $y_t = L + \epsilon_t$ A tedy $y_t(1 - L) = \epsilon_t$
- $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + ... + \phi_k y_{t-k} + \epsilon_t$
- $y_t = \phi_0 + L\phi_1 y_t + L^2 \phi_2 y_{t-1} + ... + L^k \phi_k y_t + \epsilon_t$
- Vyjdeme z diferenčních rovnic a dopočítáme jednotlivé kořeny a následně, kolik se vyskytuje jednotkových kořenů.
- Například I(2) musí být transformován dvakrát.

MA a AR procesy I

- MA proces, nebo-li model klouzavých průměrů, řádu jedna zapíšeme jako
  $x_t = \epsilon_t + \alpha_1 \epsilon_{t-1}, \forall t = 1, 2, ..., n.$
  Kde $\epsilon_t := 0, 1, ...$ a je *i.i.d.*, tedy sekvencí nezávislých náhodných výběrů ze stejných výběrů s nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou σ^2.
- Je MA(1) proces slabě závislým? Ano, jelikož sice x_{t+1} a x_t jsou korelované, ptž
  $Corr(x_t, x_{t+1}) = \alpha_1/(1 + \alpha_1^2)$ x_{t+2} a x_t už nikoli.
- Ř., že MA(1) proces je stacionární.
- Příkladem použití MA procesu je chybná specifikace modelu a *ommitted variable bias*.

MA a AR procesy II

- Například opomenutí šoků či špatná specifikace režimů vede či může vést k MA(1) procesu.
- Taktéž ale maninulace s ČŘ, např. interpolace či vyhlazování (HP, Kalman, Baxter-King).
- AR(1) proces, nebo-li autoregresní proces, řádu jedna je popsán jako $y_t = \rho y_{t-1} + \epsilon_t \forall t = 1, 2, ..., n.$, s počátkem v y_0 v čase $t = 0$, kde $\epsilon_t := 0, 1, ...$ a je *i.i.d.* s nulovou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou σ^2.
- Proces je slabě závislý a stacionární za předpokladu, že $|\rho < 1|$.
- Jinak stacionární narozdíl od MA(1) procesu není; pro $|\rho > 1|$ proces tzv. exploduje.

MA a AR procesy III

- Nicméně v ekonomii a financích je většina $0 < \rho < 1$.
- Pokud ovšem $\rho_0 = 0$ a $\rho_1 = 1$, pak se jedná o AR(1) proces, který má jednotkový kořen – konkrétně jde o RW.
- Pokud ovšem $\rho_0 \neq 0$ a $\rho_1 = 1$, pak se jedná o AR(1) proces, který má jednotkový kořen – konkrétně jde o RW s driftem.
- Dobrým příkladem AR procesu jsou persistentní procesy, obsahující buďto *path dependency*, jako autonomní spotřeba, či hysteretické procesy, jako strukturální nezaměstnanost.

ARMA a ARIMA modely I

- ARMA a ARIMA modely jsou kombinací AR procesu a MA proces a je součástí tzv. Box-Jenkinsovy metodologie.
- Jedná se o lineární kombinace současných a minulých hodnot náhodných proměnných.
- V obou případech se využívají při krátkodobých predikcích a pokud predikované systémy nejsou příliš komplexní, pak mají často slušnou úspěšnost.

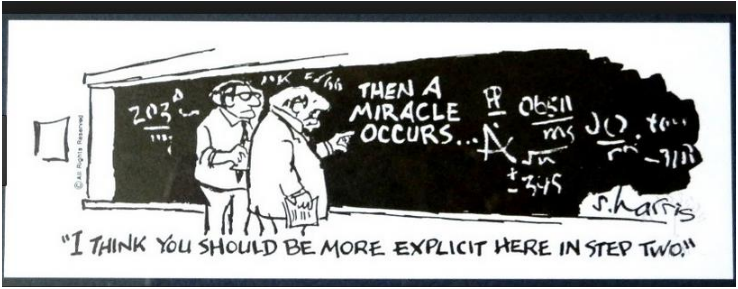
ARMA a ARIMA modely II

- Zvláštním případem procesu ARIMA, kterým lze generovat časové řady vykazující trend, je proces SARIMA, používaný k modelování čas. řad multiplikativně sezónního typu, tj. zatížených stochastickou sezónností (opět možné modifikace na SAR, SMA, resp. SARMA).
- Výstavba modelu ARIMA (p,d,q)
- 1. fáze – linearizace časové řady
- 2. fáze – určení řádu integrace (homogenity) časové řady
  Stacionární časová řada = integrovaná řádu 0.
  Nestacionární č. ř. = integrovaná řádu d.

ARMA a ARIMA modely III

- 3. fáze – nalezení hodnot p a q, tj. délky zpoždění AR a MA
- 4. fáze – odhad modelu
- 5. fáze – verifikace modelu - statistická a ekonomická, příp. jiná
- 6. fáze – aplikace - prognózy
- ARIMA se používá např. v sezónním očišťování - U.S. Census Bureau používá momenálně kód X-13ARIMA-SEATS a X-12-ARIMA, dekomponující sezónní složku ČR. Dostupné v SW Gretl či Eviews.

Děkuji za pozornost.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Toto dílo podléhá licenci Creative Commons
Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.

BY SA