FINANČNÍ MATEMATIKA 1BP310

PŘEDNÁŠEJÍCÍ:
Jarmila Radová

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

WWW.VSE.CZ

Kontakt

- Radová
  - Tel: 224 095 102
  - E-mail: radova@vse.cz
  - Místnost 180 NB, online
  - Konzultace
    - Po 11:00 - 12:30

Spojité úročení

- Jedná se o situaci, kdy délka jednoho úrokového období se blíží k nule,
- Proto četnost připisování úroku za 1 rok se přibližuje k nekonečnu

- Spojité úročení – pro anlytické účely, ohodnocování strukturovaných produktů, finančních derivátů

- Stav kapitálu při spojitém úročení:

$$K_n = \lim_{m \to \infty} K_0 . (1 + i/m)^{m.n}$$

$$= K_0 . \lim_{m \to \infty} [(1 + i/m)^{(m.i/i)n}]$$

$$= K_0 . \lim_{m \to \infty} [(1 + i/m)^{(m/i)}]^{(i.n)}$$

Substituce $i/m = x$, protože $m \to \infty$, pak $x \to 0$ a $m/i = 1/x \to \infty$

Je známo, že $\lim_{x \to 0} (1 + x)^{1/x} = e$,

kde e je Eulerovo číslo (e = 2,718…), potom

$$K_n = K_0 . e^{i.n}$$

WWW.VSE.CZ

Efektivní úroková sazba

- Efektivní úroková sazba porovnává dvě (a více) různé nominální úrokové míry, které jsou poměřovány za stejné období (např. roční), avšak různou četnost připisování úroků.
- Dává stejnou budoucí hodnotu při ročním úrokovém období za 1 rok jako roční úroková sazba s vyšší četností připisování úroků za 1 rok

Odvození

- Nechť

  K_0 je současná hodnota kapitálu

  i_e je hledaná efektivní úroková míra

  i je roční úroková sazba

  m je četnost připisování úroků za 1 rok při úrokové sazbě i

- Vycházíme z definice efektivní úrokové sazby, platí tedy $K_0.(1 + i_e) = K_0.(1 + i/m)^m$

Úpravou dostaneme:

$$i_e = (1 + i/m)^m - 1$$

WWW.VSE.CZ

Úroková intenzita

- Efektivní úroková sazba pro případ spojitého úročení - nazývá se úroková intenzita

- Z definice musí platit:

$$K_0.(1 + i_e) = K_0.e^i$$

Úpravou opět dostaneme:

$$i_e = e^i - 1$$

Kde e je Eulerovo číslo

- Příklad:

  Jaká bude efektivní úroková sazba, když částka 1 Kč byla uložena při úrokové sazbě 8% p.a.a úroky jsou připisovány:

a) ročně,
b) pololetně,
c) čtvrtletně,
d) měsíčně,
e) týdně,
f) každou hodinu,
g) každou minutu,
h) každou sekundu,
i) spojitě = každý nekonečně malý okamžik

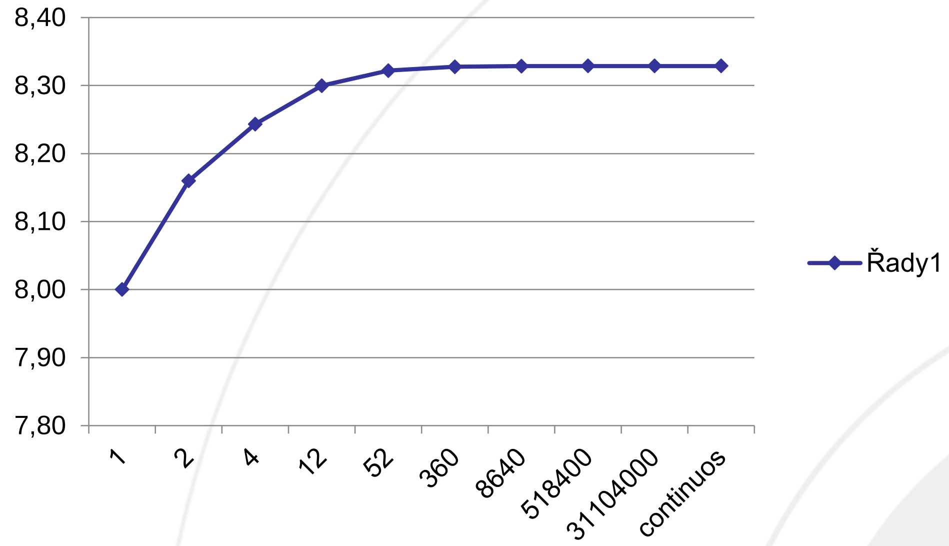
B7 =EFFECT(E$1;A7)

A	B	C	D	E
		v %		0,08
1	0,08	8,00		
2	0,0816	8,16		
4	0,082432	8,24		
12	0,083	8,30		
52	0,08322	8,32		
360	0,083277	8,33		
8640	0,083287	8,33		
518400	0,083287	8,33		
31104000	0,083287	8,33		
1000000000	0,083287	8,33		

Grafické znázornění

závislost efektivní úrokové sazby na četnosti úročenig

1	8,00
2	8,16
4	8,24
12	8,30
52	8,32
360	8,33
8640	8,33
518400	8,33
31104000	8,33
continuos	8,33



Zdroj: Autor

Příklad:

- Chcete si uložit peníze a máte možnost zvolit si ze dvou bank:
  - banka A nabízí úrokovou sazbu 7,1 % p.a. s denním připisováním úroků,
  - banka B nabízí úrokovou sazbu 6,9 % p.a. s půlročním úročením

Příklad:

Jak vysoká musí být roční úroková sazba při spojitém úročení, aby byla stejně výhodná pro vkladatele jako úroková sazba 7,5 % p.a. s pololetním úrokovacím obdobím?

Řešení:

$$e^{i_s} - 1 = (1 + 0{,}075/2)\hat{}2 - 1$$

$$i_s = 0{,}07363$$

Hrubá a čistá úroková míra

- Doposud jsme nebrali v úvahu zdanění
- Úroky (úrokové příjmy) obvykle podléhají zdanění, úrok před zdanění je hrubý výnos, po zdanění je čistý výnos
- Sazby zdanění mohou být rozdílné pro různé subjekty
- Nechť *tax* je daňová sazba z úrokových příjmů, označení ostatních veličin je nezměněné

Čisté budoucí hodnoty

Jednoduché úročení

$$K_{t_{č}} = K_0.(1 + (1 - tax).i.t)$$

Složené úročení

$$K_{n_{č}} = K_0.(1 + (1 - tax).i)^n$$

nebo $K_{n_{č}} = K_0.(1 + (1 - tax).i/m)^{m.n}$

Smíšené úročení

$$K_{n_{č}} = K_0.(1 + (1 - tax).\mathrm{i})^{[n]}.\{1 + (n - [n])(1 - tax).\mathrm{i}\}$$

Příklad

Rozhodněte, která varianta uložení 10 000 Kč na jeden rok bude výhodnější:

a) Uložení na 1 rok s úrokovou mírou 2,1% p.a. a měsíčním připisováním úroků.

b) Uložení na 5 měsíců s úrokovou mírou 2% p.a. a následně na 7 měsíců s úrokovou mírou 1,5% p.a.

c) Poskytnutí úvěru na bázi polhůtního úročení se sazbou 2,2% p.a.

Příklad

Jaký byl počáteční kapitál a úroková sazba, při které byl uložen, pokud víme, že po roce byl jeho stav 80 000 Kč a po 3 letech 105 000 Kč při ročním úrokovém období. Úroky jsou připisovány ke vkladu a dále úročeny spolu s ním stejnou sazbou.

Příklad

Dnes jste prodali směnku se jmenovitou hodnotou 500 tis. Kč, se zbývající splatností 9 měsíců a diskontní mírou 3,5 % p.a.

Získané peníze jste částečně uložili na dvouletý termínovaný vklad se složeným polhůtním úročením a sazbou 2 % p.a., částečně jste nakoupili pokladniční poukázku se splatností za 5 měsíců při tržní úrokové sazbě 1,7 % p.a. Nominální hodnota poukázky je 250 tis. Kč., její cena se určuje na bázi jednoduchého polhůtního úročení.

Po vyplacení pokladniční poukázky uložíte tyto peníze na spořicí účet se smíšeným úročením a úrokovou sazbou 1,1 % p.a.

Kolik peněžních prostředků budete mít k dispozici za 24 měsíců (ode dneška)?