



# FINANČNÍ MATEMATIKA 1BP310

WWW.VSE.CZ

PŘEDNÁŠEJÍCÍ:  
Jarmila Radová



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

**MŠMT**  
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# Kontakt

- Radová
  - Tel: 224 095 102
  - E-mail: [radova@vse.cz](mailto:radova@vse.cz)
  - Místnost 180 NB, online
  - Konzultace
    - Po 11:00 - 12:30

# Složené úročení

- U složeného úročení dochází ke kapitalizaci úroků, tedy úroky se přičítají k původnímu kapitálu a dále se úročí již zhodnocená částka
- Protože předlůžtní složené úročení se v praxi nevyužívá, budeme se věnovat jen polhůžtnímu

# Výpočet budoucí hodnoty kapitálu pomocí složeného úročení

Omezující předpoklady:

- a) úrokovací období je jeden rok
- b) ukládá se celý počet let

# Složené úročení polhůtní

Při uložení kapitálu na dobu delší než jedno úrokové období a zároveň na celý počet úrokových období.

( $m=1$ )

Úroky se úročí společně s jistinou.

Je-li  $m$  různé od 1, pak se jedná o področní úročení, úroky jsou připisovány častěji než jednou ročně.

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{i \cdot (1 - t)}{m}\right)^{m \cdot n}$$

Diagram illustrating the components of the compound interest formula:

- $K_n$ : budoucí hodnota kapitálu (future value of capital)
- $K_0$ : současná hodnota kapitálu (present value of capital)
- $i$ : úroková sazba (interest rate)
- $t$ : srážková daň z úroků (withholding tax on interest)
- $m$ : frekvence úročení (frequency of compounding)
- $n$ : doba uložení kapitálu n...v letech (term of deposit n...in years)

## Poznámka:

- **úročitel**  $(1 + i)^n$  udává, na kolik vzroste vklad 1 Kč za dobu  $n$  při úrokové sazbě  $i$

## Příklad:

Určete budoucí hodnotu částky 120 000 Kč, když jsme ji uložili na tři roky, úrokové období je roční a úroková sazba činí 2,5 % p.a.

Řešení:  $K_3 = 120 \text{ tis.} \cdot (1 + 0,025)^3 = 129\,226,88 \text{ Kč}$

Možno využít finanční funkce v excelu

# Využití excelu pro výpočet budoucí hodnoty

- Použijeme finanční funkci Budhodnota

The screenshot displays the Microsoft Excel interface. The ribbon at the top includes 'Soubor', 'Domů', 'Vložení', 'Rozložení stránky', 'Vzorce', 'Data', 'Revize', 'Zobrazení', and 'Nápověda'. The 'Vložení' ribbon is active, showing various function categories like 'Vložit funkci', 'AutoSum', 'Naposledy použité', 'Finanční', 'Logické', 'Textové', 'Datum a čas', 'Vyhledávací', 'Mat. a trig.', and 'Další funkce'. The 'Finanční' category is selected, and the 'BUDHODNOTA' function is chosen. The formula bar shows the formula `=BUDHODNOTA(0,025;3;;120000)`. The cell A1 contains the result `-129 226,88 Kč`. A dialog box titled 'Argumenty funkce' is open, showing the following inputs: 'Sazba' (0,025), 'Pper' (3), 'Splátka' (empty), 'Souč\_hod' (120000), and 'Typ' (empty). The dialog also displays the calculated result: `Výsledek = -129226,875`. The dialog box includes a description of the function and a link to the help page.

Argumenty funkce

BUDHODNOTA

Sazba 0,025 = 0,025

Pper 3 = 3

Splátka = číslo

Souč\_hod 120000 = 120000

Typ = číslo

= -129226,875

Vrátí budoucí hodnotu investice vypočtenou na základě pravidelných konstantních splátek a konstantní úrokové sazby.

Souč\_hod je současná hodnota nebo celková částka určující současnou hodnotu série budoucích plateb. Jestliže argument Souč\_hod nezádáte, bude jeho hodnota rovna 0.

Výsledek = -129226,875

[Nápověda k této funkci](#)

OK Zrušit

výsledek je se záporným  
znaménkem – směr toku  
finančních prostředků  
Typ se týká splátky, která  
u tohoto příkladu je  
nulová

# Ze základního vzorce je možno odvodit další veličiny

- Současná hodnota kapitálu

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n}$$

- Úroková sazba

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$

Pro obě veličiny existují v excelu finanční funkce



## Doba uložení

$$n = \frac{\ln(K_n) - \ln(K_0)}{\ln(1 + i)}$$

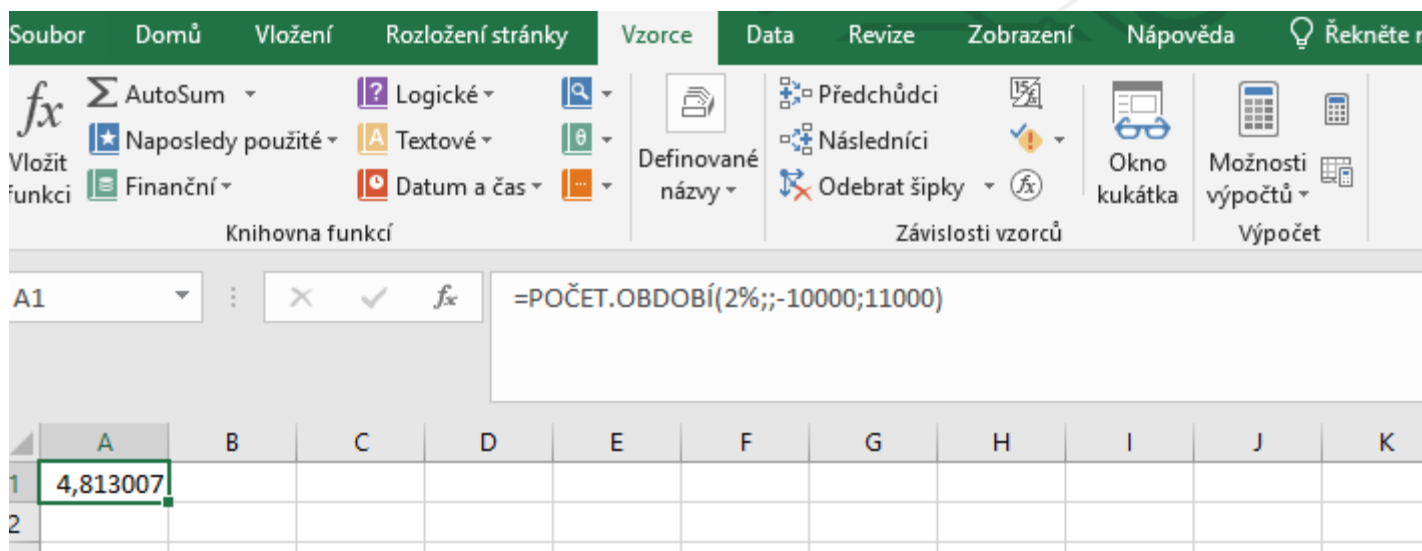
### Příklad:

Určete dobu splatnosti (uložení) kapitálu ve výši 10 000 Kč, jestliže bylo v době splatnosti vyplaceno 11 000 Kč při úrokové sazbě 2 % p.a..

Řešení:

$$n = \frac{\ln(11000) - \ln(10000)}{\ln(1 + 0,02)} = 4,80 \text{ let}$$

# Doba uložení, tj počet období – funkce v excelu



Příklad:

Klient si vypůjčil od banky částku 50 tis. Kč.  
Dluh má splatit dvěma stejnými splátkami za rok a za 2 roky. Jaká je velikost těchto splátek při úrokové sazbě 8% p.a..

Řešení:

$$50 \text{ tis.} = x/(1 + 0,08)^1 + x/(1 + 0,08)^2$$

$$x = 28038,46 \text{ Kč}$$

# Využití excelu pro výpočet splátky

- Použijeme finanční funkci Platba, pro dvě období, neboť splátky jsou v prvním a druhém roce.

The screenshot shows the Excel interface with the **PLATBA** function dialog box open. The dialog box contains the following arguments:

Argument	Hodnota	Formát
Sazba	0,08	= 0,08
Pper	2	= 2
Souč_hod	50000	= 50000
Bud_hod		= číslo
Typ		= číslo

Below the arguments, the text reads: "Vypočte splátku půjčky na základě konstantních splátek a konstantní úrokové sazby. Souč\_hod je současná hodnota: celková hodnota série budoucích plateb."

The result is displayed as: Výsledek = -28038,46154

At the bottom, there is a link: [Nápověda k této funkci](#) and buttons for **OK** and **Zrušit**.

In the background, the Excel ribbon is visible with the **Formulas** tab selected. The formula bar shows the formula: `=PLATBA(0,08;2;50000)`. The cell A1 contains the result: **-28 038,46 Kč**.

Budoucí hodnota je nulová, neboť chceme celou částku splatit  
Typ je „nula“, neboť platíme vždy na konci roku

## Příklad:

Jaká byla úroková sazba z vkladu, jestliže částka 2 mil. Kč uložena po dobu 2 let vzrostla na 2 163 200 Kč. Úroky byly přisovány jednou ročně a ponechány na účtu a dále úročeny stejnou sazbou.

## Řešení:

$$\begin{aligned} i &= (K_n/K_0)^{1/2} - 1 = (2,1632/2)^{1/2} - 1 \\ &= 0,04 \quad (4\%) \end{aligned}$$

# Využití excelu pro výpočet úrokové míry

- Použijeme finanční funkci úroková.míra

The screenshot displays the Excel interface with the 'Argumenty funkce' (Function Arguments) dialog box for the 'ÚROKOVÁ.MÍRA' (RATE) function. The dialog box shows the following inputs:

- Pper**: 2 (Periods per year)
- Splátka**: (empty) (Payment)
- Souč\_hod**: 2000000 (Present value)
- Bud\_hod**: -2163200 (Future value)
- Typ**: (empty) (Type of payment)

The calculated result is 0,04 (4%). Below the dialog box, a note explains the function: 'Vrátí úrokovou sazbu vztahenou na období půjčky nebo investice. Chcete-li například zadat čtvrtletní splátky realizované 6. dubna, použijte 6%/4.' (Returns the interest rate related to the period of the loan or investment. For example, to enter quarterly payments realized on April 6, use 6%/4.)

Splátku nepoužíváme, jedná se jednorázovou platbu

Současná a budoucí hodnota mají opačná znaménka – směr toku fin. prost

Typ se týká splátky, kterou zde nemáme

- Rovnice případ častějšího připisování úroků
- ( $m$  krát), není zohledněna daň z úroků

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i/m)^{m \cdot n}$$

Kde:

$K_0$  je současná (počáteční) hodnota kapitálu;

$n$  je doba splatnosti

$m$  je četnost připisování úroků za 1 rok

$i$  je roční úroková sazba

$i/m$  je úroková sazba za 1  $m$ -tinu roku

$K_n$  je budoucí hodnota kapitálu

## Příklad:

Klient má úvěr od banky. V tuto chvíli se nachází v situaci, kdy chce úvěr doplatit najednou. Pohledávka banky je:

- 200 tis. splatných za rok
- 300 tis. splatných za 2 roky.

Jakou částku musí uhradit najednou, účtuje-li banka úrokovou sazbu 7,5 % p.a. s pololetním úročením?

Řešení:

$$\begin{aligned}x &= 200\text{tis.}/(1+0,075/2)^2+300\text{tis.}/(1+0,075/2)^4 \\ &= 444725,38 \text{ Kč}\end{aligned}$$



# Využití excelu pro výpočet současné hodnoty

- Použijeme finanční funkci Součhodnota – dvakrát – na první a druhou platbu

SOUČHOD... : X ✓ fx =SOUČHODNOTA(0,075/2;2;;200000)

A	B	C	D	E	F	G
2;;200000)						

Argumenty funkce

SOUČHODNOTA

Sazba	0,075/2	= 0,0375
Pper	2	= 2
Splátka		= číslo
Bud_hod	200000	= 200000
Typ		= číslo

= -185803,4548

Vrátí současnou hodnotu investice: celkovou hodnotu série budoucích plateb.

Bud\_hod je budoucí hodnota nebo hotovostní bilance, která dosáhne po splacení poslední platby.

SOUČHOD... : X ✓ fx =SOUČHODNOTA(0,075/2;4;;300000)

A	B	C	D	E	F	G
300000)						

Argumenty funkce

SOUČHODNOTA

Sazba	0,075/2	= 0,0375
Pper	4	= 4
Splátka		= číslo
Bud_hod	300000	= 300000
Typ		= číslo

= -258921,9286

Vrátí současnou hodnotu investice: celkovou hodnotu série budoucích plateb.

Sazba je úroková sazba vztahovaná na jedno období. Čtvrtletní splátky realizované 6. dubna, použij

- Součet souč hodnot je výsledek

=SUMA(A1:A2)

A	B	C	D
-185 803,45 Kč	SoučHod		
-258 921,93 Kč	SoučHod		
<b>-444 725,38 Kč</b>			

Splátku nepoužíváme, jedná se dvě jednorázové platby 200 a 300 tis.

Budoucí hodnota a vypočtená současná mají opačná znaménka – směr toku fin. prost

Typ se týká splátky, kterou zde nemáme

## Příklad:

Při jak vysoké úrokové sazbě se zhodnotí za 5 let 50 tis. Kč na 70 tis. Kč, předpokládáme-li čtvrtletní připisování úroků?

## Řešení:

$$\begin{aligned} i &= m \cdot [(K_t / K_0)^{1/m \cdot n} - 1] \\ &= 4 \cdot [(70/50)^{1/4 \cdot 5} - 1] = 6,79\% \end{aligned}$$

# Využití excelu pro výpočet úrokové míry

- Použijeme finanční funkci úroková.míra

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

A	B	C	D	E
1,69659%				
0,0679 Kč	A1*4			

The function argument dialog box for **ÚROKOVÁ.MÍRA** is open, showing the following arguments:

- Pper**: 20
- Splátka**: (empty)
- Souč\_hod**: 50000
- Bud\_hod**: -70000
- Typ**: (empty)

The result of the function is 0,016965926. Below the dialog box, there is a note: "Vrátí úrokovou sazbu vztahenou na období půjčky nebo investice. Chcete-li například zadat čtvrtletní splátky realizované 6. dubna, použijte 6%/4." Another note explains the **Bud\_hod** argument: "Bud\_hod je budoucí hodnota nebo hotovostní bilance, kterou chcete dosáhnout po splacení poslední platby. Jestliže argument Bud\_hod nezadáte, bude jeho hodnota 0."

Splátku nepoužíváme, jedná se o jednorázovou platbu  
 Současná a budoucí hodnota mají opačná znaménka –  
 směr toku fin. prost  
 Typ se týká splátky, kterou zde nemáme  
 Počet období je počet čtvrtletí – výsledek v poli A1 je  
 čtvrtletní úr. míra, kterou musíme vynásobit čtyřmi

# Srovnání jednoduchého a složeného úročení

- Jednoduché úročení  
stav kapitálu za  $n$  let

$$K_t = K_0 \cdot (1 + i \cdot t)$$

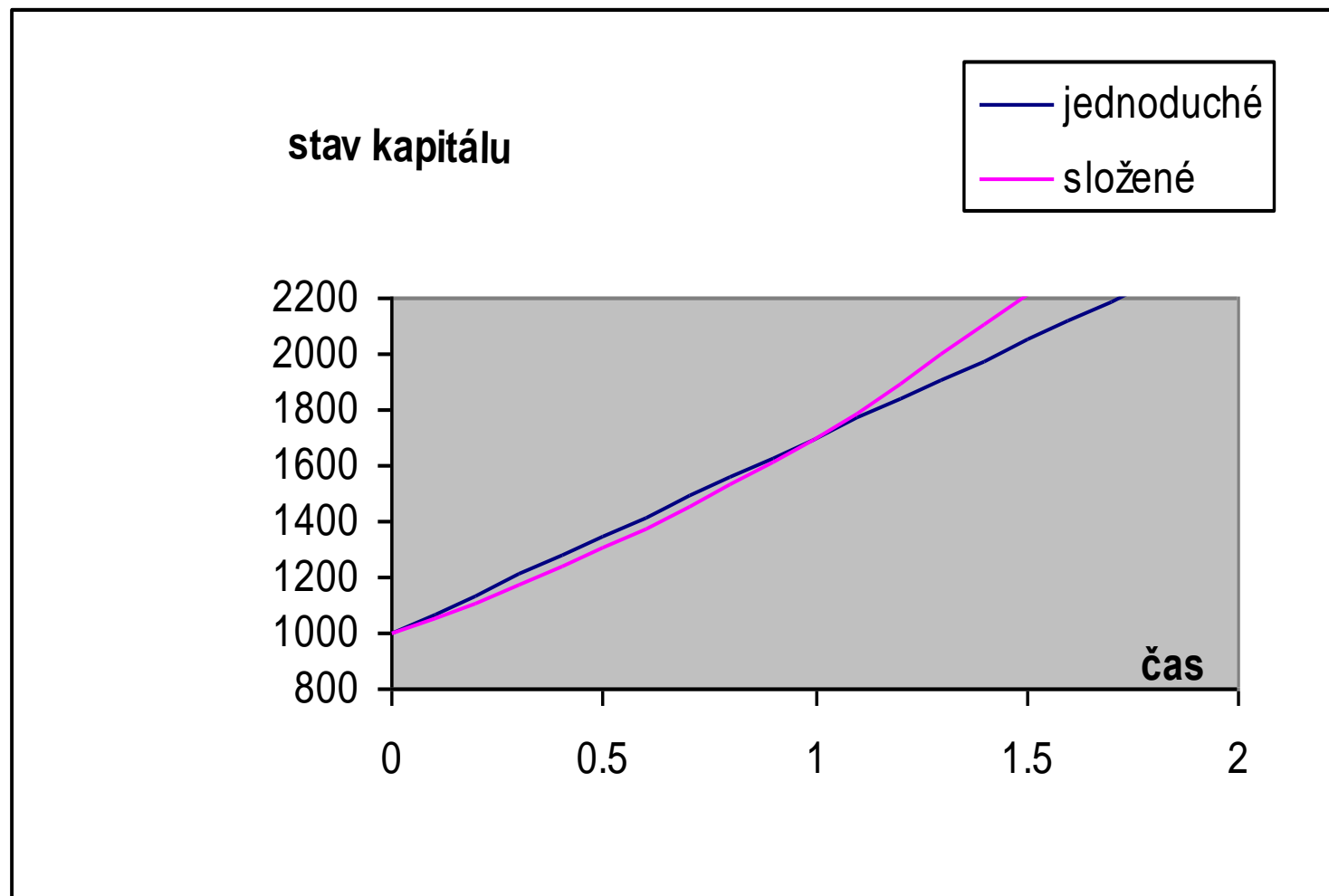
Lineární závislost stavu kapitálu na čase

- Složené úročení  
stav kapitálu za  $n$  let

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$$

Exponenciální závislost stavu kapitálu na čase

# Grafické znázornění



Zdroj: Autor

# Smíšené úročení

- odstranění předpokladu, že doba splatnosti musí být celé číslo (celý počet úrokových období)
- jedná se o kombinaci jednoduchého a složeného úročení
- úroky jsou po určitou dobu připisovány k počátečnímu vkladu a s ním dále úročeny (složené úročení)
- dále se na dobu kratší než úrokové období použije jednoduché úročení

Nechť počáteční kapitál  $K_0$  je uložen na dobu  $n$ , kdy  $n$  je kladné, ale není celé číslo →

lze vždy  $n$  zapsat takto:

$$n = [n] + (n - [n])$$

Kde:

$[n]$  je celá část čísla  $n$ , značí počet ukončených období, kdy je kapitál uložen

$n - [n]$  je desetinná část čísla  $n$ , značí necelou část jednoho období

$$(n - [n]) < 1$$

Kapitál na konci celých  $[n]$  období se úročí složeně, tedy:

$$K_{[n]} = K_0 \cdot (1 + i)^{[n]}$$

Konečný stav kapitálu  $K_n$  je kapitál na konci  $[n]$  celých období  $K_{[n]}$  jednoduše zúročený na zbytek  $(n - [n])$  období, tedy:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^{[n]} \cdot \{1 + (n - [n]) \cdot i\}$$

Poznámka:

Je nutno upravit úrokovou míru tak, aby odpovídala délce období.



Příklad:

Jaká bude zúročená částka (budoucí hodnota),  
je-li uloženo 300 tis. Kč

po dobu 5 let a 7 měsíců při neměnné úrokové  
sazbě 6,5% p.a.. Úrokové období je: a) roční  
b) pololetní a c) čtvrtletní.

Řešení:

$$\begin{aligned} \text{a) } K_n &= 300\text{tis.} \cdot (1 + 0,065)^5 \cdot (1 + 0,065 \cdot 7/12) \\ &= 395194,85 \text{ Kč} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } K_n &= 300\text{tis.} \cdot (1 + 0,065/2)^{5 \cdot 2 + 1} \cdot (1 + (0,065/2) \cdot (1/12)) \\ &= 399073,52 \text{ Kč} \end{aligned}$$