

FINANČNÍ MATEMATIKA 1BP310

PŘEDNÁŠEJÍCÍ:
Jarmila Radová



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Kontakt

- Radová
 - Tel: 224 095 102
 - E-mail: radova@vse.cz
 - Místnost 180 NB, online
 - Konzultace
 - Po 11:00 - 12:30

Úvěr

- Úvěrem rozumíme poskytnutí peněžní částky na určitou dobu za odměnu zvanou úrok.
- Dělení dle doby splatnosti:
 - krátkodobý (zpravidla kratší doba než 1 rok)
 - střednědobý (1-4 roky)
 - dlouhodobý
- Způsoby umořování úvěru:
 - úvěr splatný najednou včetně úroků
 - úvěr na dobu neurčitou, splatný najednou po výpovědi (řešíme jako dluhopisy)
 - umořování pravidelnými platbami
 - konstantní anuita, konstantní úmor, rostoucí anuita

RPSN

- RPSN (roční procentní sazba nákladů) je číslo, které má umožnit spotřebiteli lépe vyhodnotit výhodnost nebo nevýhodnost poskytovaného úvěru.
- RPSN udává procentuální podíl z dlužné částky, který musí spotřebitel zaplatit za období jednoho roku v souvislosti se splátkami, správou a dalšími výdaji spojenými s čerpáním úvěru.
- Z principu výpočtu plyne jedna zajímavost: **RPSN nemůže být nikdy nižší, než je úrok.** Pouze za velmi specifických podmínek a nulových poplatků může být RPSN stejné jako úrok, ale takovou půjčku dnes zřejmě nikde neseženete.
- Pro výpočet si pomůžeme funkcí MÍRA.VÝNOSNOSTI / IRR

- Hlavní způsoby umořování úvěru:
 - najednou včetně úroků za určitou dobu.
 - najednou po výpovědi při zachování výpovědní lhůty
 - od začátku pravidelnými platbami (ne)stejně výše
 - Konstantním úmorem
 - Konstantní anuitou
 - Rostoucím/klesajícím úmorem
 - Rostoucí/klesající anuitou

Příklad

Představme si, že si vezmeme úvěr 4,5 mil. Kč na nákup nemovitosti s roční úrokovou sazbou 3%. Měsíčně budeme splácet 15 tis. Kč.

Kolik umoří první splátka? Kolik Kč bude platba úroku z druhé splátky?

Příklad

Uvažujme úvěr 2,3 mil. Kč, který bude úročen úrokem 9,8% a splácen ročními anuitními splátkami po dobu 15 let.

Určete velikost splátky.

Jak se změní doba splatnosti úvěru pokud v 10. roce proběhne mimořádná splátka ve výši 450 tis. Kč?

Příklad

Úvěr ve výši 10 mil. Kč bude splácen ročními anuitními splátkami ve výši 1 120 tis. Kč a úročen úrokovou sazbou 5%.

Jaká bude doba splatnosti úvěru a jaká bude výše poslední platby?

Příklad

Úvěr 1.5 mil. Kč bude splácen **čtvrtletními splátkami**, po dobu 13 let a úrokové sazbě 8 % p.a.

Každé čtvrtletí je dále účtován poplatek 260 Kč.

Určete RPSN tohoto úvěru.

Příklad - obměna

Úvěr 1.5 mil. Kč bude splácen **čtvrtletními splátkami**, po dobu 13 let a úrokové sazbě 8 % p.a.

Každé pololetí je dále účtován poplatek 260 Kč.

Určete RPSN tohoto úvěru.

Příklad

Dlužník splácí úvěr ve výši 350 tis. Kč.

Plánovaná doba splácení je 5 let, pololetní splácení, úroková míra 10%.

Po 3 letech se dlužník dostane do platební neschopnosti a banka mu proto umožní posun splátkového kalendáře o 2 roky.

Během těchto dvou let nesplácí ani úroky.

Určete výši splátek před a po restrukturalizaci.

Příklad - obměna

Dlužník splácí úvěr ve výši 350 tis. Kč.

Plánovaná doba splácení je 5 let, pololetní splácení, úroková míra 10%.

Po 3 letech se dlužník dostane do platební neschopnosti a banka mu proto umožní posun splátkového kalendáře o 2 roky.

Během těchto dvou let nesplácí ani úroky.

Určete výši splátek před a po restrukturalizaci.

Příklad

Úvěr 620 tis. Kč bude splácen rostoucími měsíčními splátkami po dobu 12 let.

Růst splátek bude 1,5 % měsíčně po celou dobu.

Úrok uvažujte 4,5 % p.a. Jaká bude výše splátky v 9.roce?

- Příklad:

Jak dlouho musíme splácet úvěr ve výši 500 000 Kč ročními anuitami velikosti 95 000 Kč při úrokové sazbě 9% p.a.. Určete také výši poslední splátky.

Řešení:

$$\begin{aligned}n &= -\ln(1 - 0,09 \cdot 500000 / 95000) / \ln(1,09) \\&= 7,448 \text{ (8 let)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b &= (500000 - 95000 \cdot (1 - 1,09^{-7}) / 0,09) \cdot 1,09^8 \\&= 43\,576,31 \text{ Kč}\end{aligned}$$

- Příklad:

Sestavme umořovací plán pro úvěr ve výši 5 mil. Kč splacený konstantní anuitou po dobu 8 let při úrokové sazbě 7% p.a..

Řešení:

Funkce v excelu

- Platba
- Platba úrok
- Platba základ

Dále Excelem sestavíme celý umořovací plán

Umořovací plán

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek
0				5000000
1	837 338,81 Kč	350 000,00 Kč	487 338,81 Kč	4 512 661,19 Kč
2	837 338,81 Kč	315 886,28 Kč	521 452,53 Kč	3 991 208,66 Kč
3	837 338,81 Kč	279 384,61 Kč	557 954,21 Kč	3 433 254,45 Kč
4	837 338,81 Kč	240 327,81 Kč	597 011,00 Kč	2 836 243,45 Kč
5	837 338,81 Kč	198 537,04 Kč	638 801,77 Kč	2 197 441,68 Kč
6	837 338,81 Kč	153 820,92 Kč	683 517,89 Kč	1 513 923,79 Kč
7	837 338,81 Kč	105 974,66 Kč	731 364,15 Kč	782 559,64 Kč
8	837 338,81 Kč	54 779,17 Kč	782 559,64 Kč	0,00 Kč

Umořování dluhu stejnými úmory

- Necht' dluh ve výši D je umořován při úrokové sazbě i n splátkami, jejichž výše se skládají z konstantního úmoru a úrokové platby.
- Výše úmoru je: $M = D/n$
- Úroková platba v 1. roce je $U_1 = i.D$
- Zbytek úvěru na konci 1. roku je
$$D_1 = D - M = (n - 1).M$$

Umořovací plán

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek
0				5000000
1	975000	350000	625000	4375000
2	931250	306250	625000	3750000
3	887500	262500	625000	3125000
4	843750	218750	625000	2500000
5	800000	175000	625000	1875000
6	756250	131250	625000	1250000
7	712500	87500	625000	625000
8	668750	43750	625000	0

Umořovací plán s rostoucí anuitou

- Necht' úvěr ve výši D je splacen na konci každého období n splátkami, jejichž výše roste konstantním tempem g při neměnné úrokové sazbě i .
- Velikost 1. splátky je:

$$a = \frac{(i - g) \cdot D}{1 - [(1 + g)/(1 + i)]^n}$$

Úroková platba v 1. roce : $U_1 = i \cdot D$

Úmor v 1. roce je: $M_1 = a - U_1$

nesplacená jistina na konci 1. roku je:

Umořovací plán

Období	Anuita	Úrok	Úmor	Zůstatek
0				5000000
1	713737,77	350000	363737,8	4636262
2	749424,66	324538	424886,3	4211376
3	786895,89	294796	492099,6	3719276
4	826240,68	260349	565891,3	3153385
5	867552,72	220737	646815,8	2506569
6	910930,35	175460	735470,5	1771099
7	956476,87	123977	832500	938599
8	1004300,7	65702	938598,8	0

Srovnání 3 variant splacení dluhu

	1. Varianta $a = \text{konst}$	2. Varianta $M = \text{konst}$	3. Varianta $g = 0,06$
Průměrná anuita /Kč	837338	821875	851944
Placené úroky /Kč	1698710	1575000	1815559

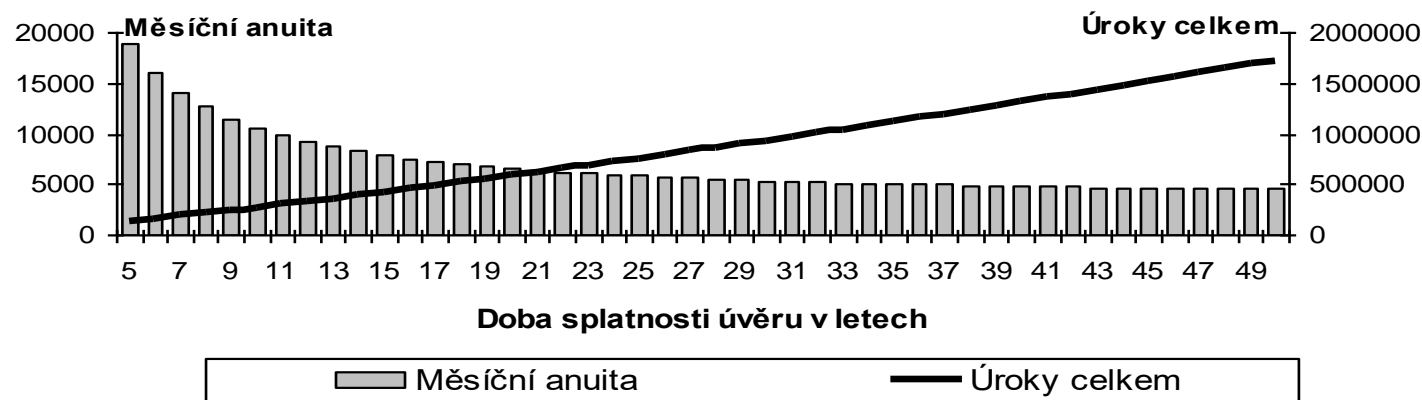
1000000

					1000000
		3%	4%	6%	
5		-78121	-104991	-159968	
10		-158729	-214942	-332246	
15		-243047	-331438	-518942	
20		-331034	-454353	-719435	
25		-422634	-583511	-932904	
30		-517775	-718695	-1158382	

Doba splatnosti úvěru vyplývá především z výhodnosti pro klienta – příjemce úvěru.

S rostoucí dobou splatnosti

- klesá výše jednotlivých splátek úvěrů
- zvyšuje celkový objem placených úroků
- vliv doby splatnosti na výši splátky se ovšem postupně snižuje



/úvěr ve výši 1 mil., úroková sazba 5% p.a./

Zdroj: Autor

Dlužník splácí úvěr ve výši 15 mil. Kč.

Plánovaná doba splácení je 10 let, roční splácení, úroková míra 5,5% p.a..

Po 8 letech se dlužník dostane do platební neschopnosti a banka mu proto umožní posun splátkového kalendáře o 2 roky.

Během těchto dvou let nesplácí ani úroky.

Určete výši splátek před a po restrukturalizaci.

6. Kolik budeme mít k dispozici peněžních prostředků na konci spoření, jestliže:
- spoříme 17 let měsíčně (koncem měsíce) 1 500 Kč
 - s úrokovou sazbou 1,4% p.a. v prvních 10 letech
 - změní se sazba na 1,8% p.a.
 - uvažujte roční připisování úroků a poplatek 250 Kč, který si banka účtuje ročně.

9. Pan Novák se rozhodl, že si koupí byt. Cena vybraného bytu je 8 mil. Kč. Banka, kterou si vybral mu nabídla dva typy úvěru:

- První typ je hypotéka ve výši LTV (loan to value) 80 % a nabízená úroková sazba je 1,99 % p. a. Měsíční poplatky za tento úvěr jsou 200 Kč (za vedení účtu). Tento úvěr je nabízen bez nutnosti zřízení životního pojištění.
 - Druhý typ je hypotéka ve výši LTV 90 % a nabízená úroková sazba je 1,89 % p.a. Tato hypotéka je bez měsíčních poplatků, nicméně dlužník je povinen zřídit si životní pojištění jehož cena je 2 500 Kč čtvrtletně.
- Plánovaná doba splácení je v obou případech 25 let.
V obou nabízených případech probíhá splácení v měsíčních splátkách.

Rozhodněte, která nabídka je pro pana Nováka výhodnější. Předpokládejte, že vlastních zdrojů má pan Novák dostatek, takže si může dovolit oba typy financování.